

Wahlaufgaben

Aufgabe 2023 B/4b:

5 P

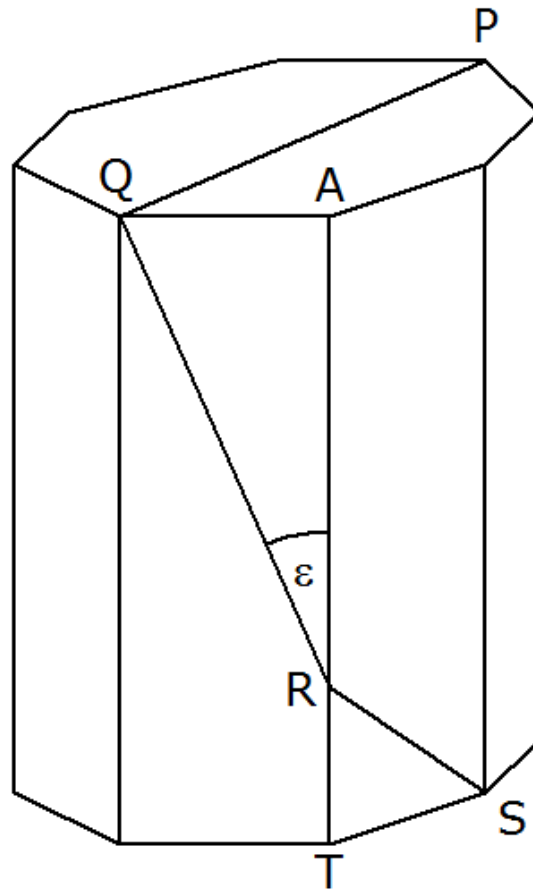
Auf einem regelmäßigen achtseitigen Prisma liegt der Streckenzug PQRS mit der Länge 38,0 cm.

Es gilt:

$$\overline{AR} = 14,2 \text{ cm}$$

$$\varepsilon = 23,0^\circ$$

Berechnen Sie die Höhe des achtseitigen Prismas.



Strategie 2023 B/4b:

Gegeben:

Regelmäßiges
achtseitiges Prisma

$$\overline{AR} = 14,2 \text{ cm}$$

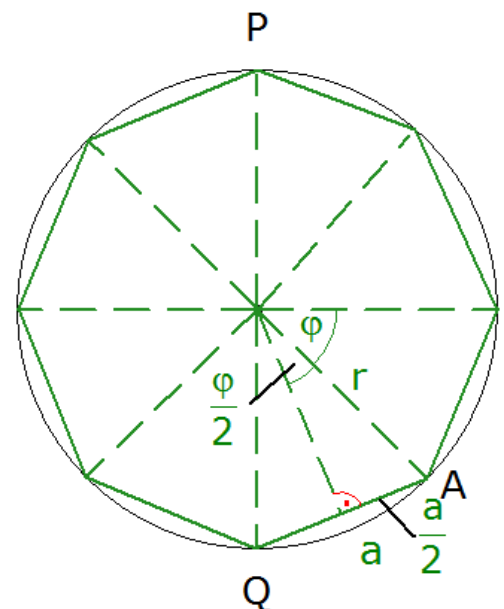
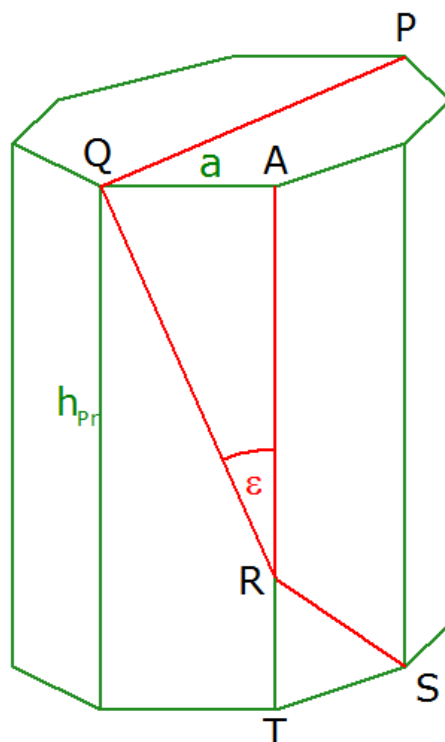
$$\varepsilon = 23,0^\circ$$

$$\overline{PQRS} = 38,0 \text{ cm}$$

Skizze:

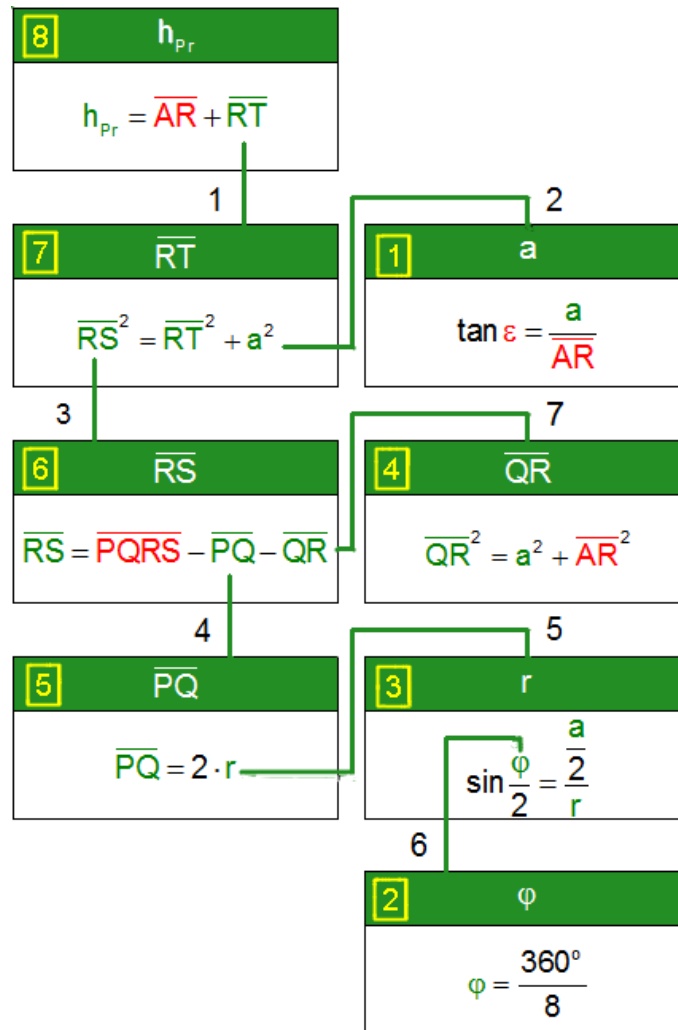
Gesucht:

h_{Pr}



Strategie 2023 B/4b:

Struktogramm:



Lösung 2023 B/4b:

1. Berechnung der Prismenkante a:

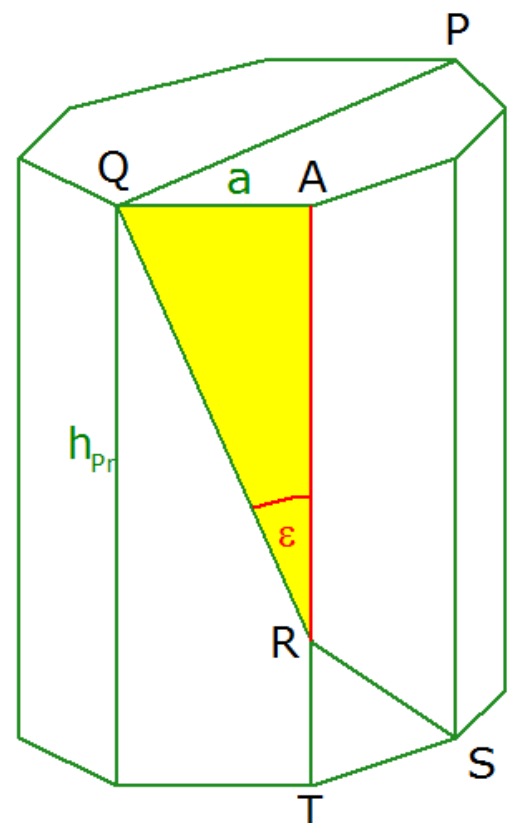
$\tan \varepsilon = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{AR}$ Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Dreieck AQR

$\tan 23,0^\circ = \frac{a}{14,2}$

$0,4245 = \frac{a}{14,2}$ Seiten tauschen

$\frac{a}{14,2} = 0,4245 \quad | \cdot 14,2$

$a = 6,03 \text{ cm}$

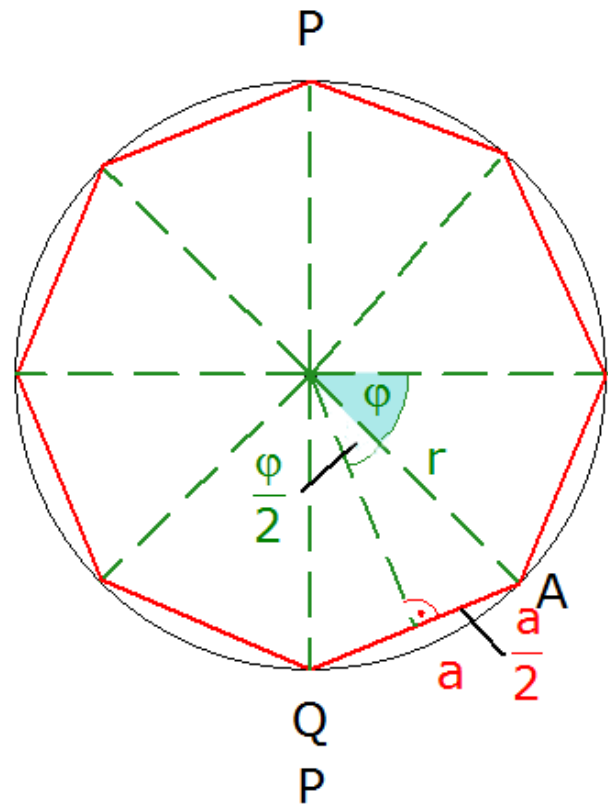


Lösung 2023 B/4b:

2. Berechnung des Winkels φ :

$$\varphi = \frac{360^\circ}{8}$$

$$\underline{\varphi = 45^\circ}$$



3. Berechnung des Umkreisradius r:

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{a}{2}}{r}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck

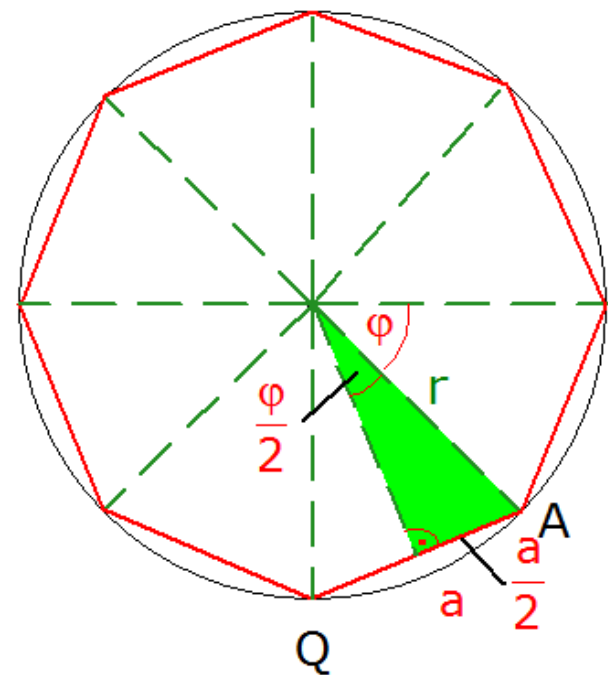
$$\sin \frac{45^\circ}{2} = \frac{6,03}{2r}$$

$$\sin 22,5^\circ = \frac{3,015}{r}$$

$$0,3827 = \frac{3,015}{r} \quad | \cdot r$$

$$r \cdot 0,3827 = 3,015 \quad | : 0,3827$$

$$\underline{r = 7,88 \text{ cm}}$$



Lösung 2023 B/4b:

4. Berechnung der Strecke \overline{QR} :

$$\overline{QR}^2 = a^2 + \overline{AR}^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen gelben Dreieck

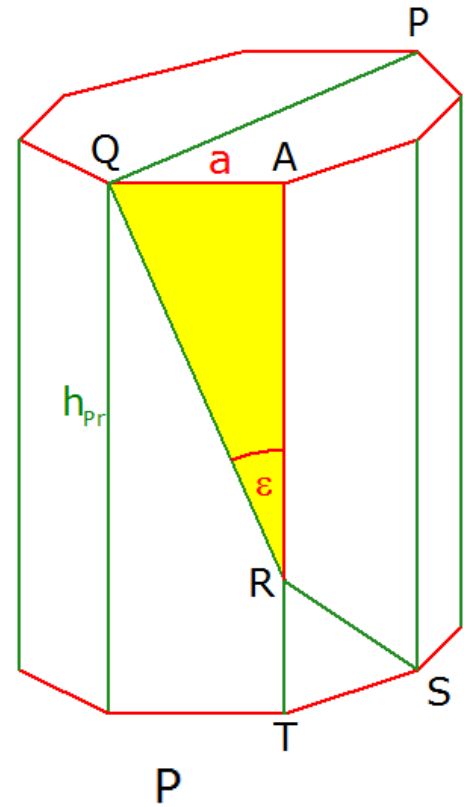
$$\overline{QR}^2 = 6,03^2 + 14,2^2$$

$$\overline{QR}^2 = 36,36 + 201,64$$

$$\overline{QR}^2 = 238$$

| $\sqrt{\quad}$

$$\underline{\overline{QR} = 15,43 \text{ cm}}$$

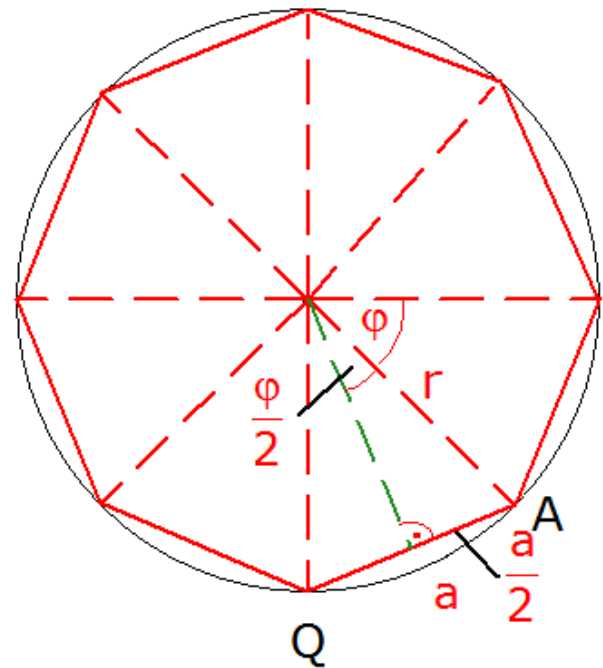


5. Berechnung der Strecke \overline{PQ} :

$$\overline{PQ} = 2 \cdot r$$

$$\overline{PQ} = 2 \cdot 7,88$$

$$\underline{\overline{PQ} = 15,76 \text{ cm}}$$



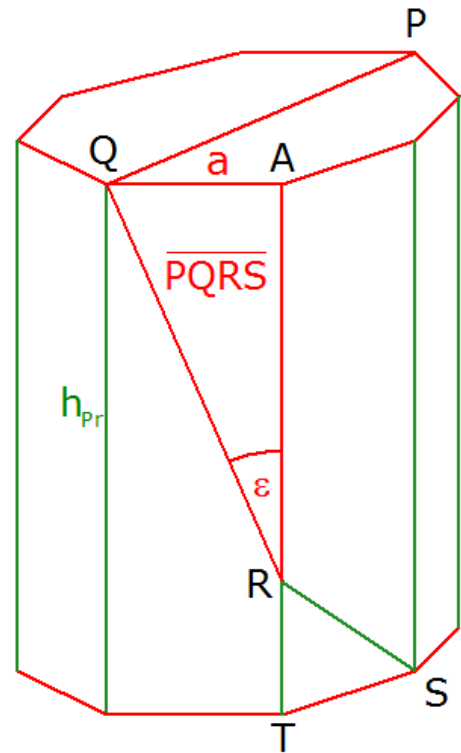
Lösung 2023 B/4b:

6. Berechnung der Strecke \overline{RS} :

$$\overline{RS} = \overline{PQRS} - \overline{PQ} - \overline{QR}$$

$$\overline{RS} = 38 - 15,76 - 15,43$$

$$\overline{RS} = 6,81 \text{ cm}$$



7. Berechnung der Strecke \overline{RT} :

$$\overline{RT}^2 + a^2 = \overline{RS}^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
hellblauen
Dreieck RST

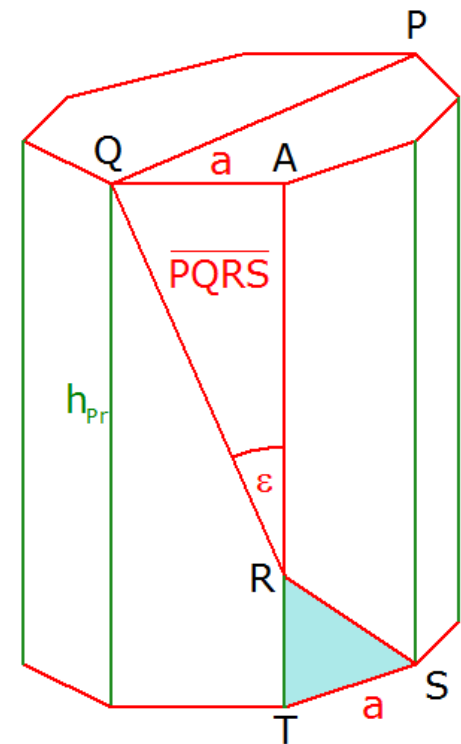
$$\overline{RT}^2 + 6,03^2 = 6,81^2$$

$$\overline{RT}^2 + 36,36 = 46,38 \quad | - 36,36$$

$$\overline{RT}^2 = 10,02$$

$|\sqrt{\quad}$

$$\overline{RT} = 3,17 \text{ cm}$$



Lösung 2023 B/4b:

8. Berechnung der Prismahöhe h_{pr} :

$$h_{pr} = \overline{AR} + \overline{RT}$$

$$h_{pr} = 14,2 + 3,17$$

$$\underline{\underline{h_{pr} = 17,37 \text{ cm}}}$$

