Wahlaufgaben

Aufgabe 2022 B/4a

Die Parabel p_1 hat die Funktionsgleichung $y = x^2 - 8x + 12$. **5 P**
Die verschobene nach oben geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(1|-7)$.

- Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes Q_1 der beiden Parabeln p_1 und p_2.

Die Parabel p_1 schneidet die x-Achse in den Punkten N_1 und N_2.

- Berechnen Sie die Koordinaten von N_1 und N_2.

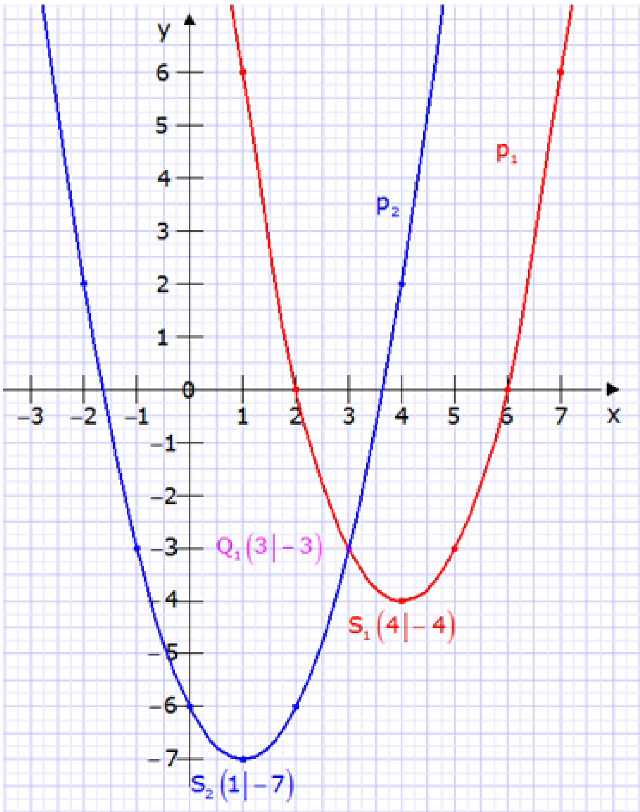
Die Punkte N_1, N_2 und Q_1 bilden ein Dreieck.

- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $N_1Q_1N_2$.

Der Punkt Q_1 bewegt sich auf der Parabel p_2 unterhalb der x-Achse. Dadurch entsteht der Punkt Q_2 und somit das Dreieck $N_1Q_2N_2$.

- Für welche Lage von Q_2 wird der Flächeninhalt des Dreiecks am größten?
- Berechnen Sie diesen maximalen Flächeninhalt.

Lösung 2022 B/4a



__1. Berechnung der Koordinaten des Schnittpunktes Q_1:__

$p_1: y = x^2 - 8x + 12$

$p_2: y = x^2 - 2x - 6$

$S_2(1|-7) \Rightarrow y = (x-1)^2 - 7$
$\Rightarrow y = x^2 - 2x - 6$

$$\left.\begin{array}{l} \text{I}: y = x^2 - 8x + 12 \\ \text{II}: y = x^2 - 2x - 6 \end{array}\right|$$

Gleichsetzungsverfahren

$x^2 - 2x - 6 = x^2 - 8x + 12 \quad | - x^2$

$-2x - 6 = -8x + 12 \quad | + 8x$

$6x - 6 = 12 \quad | + 6$

$6x = 18 \quad | : 6$

$\underline{x = 3}$

$y = 3^2 - 8 \cdot 3 + 12$ x = 3 in I einsetzen

$y = 9 - 24 + 12$

$\underline{y = -3}$

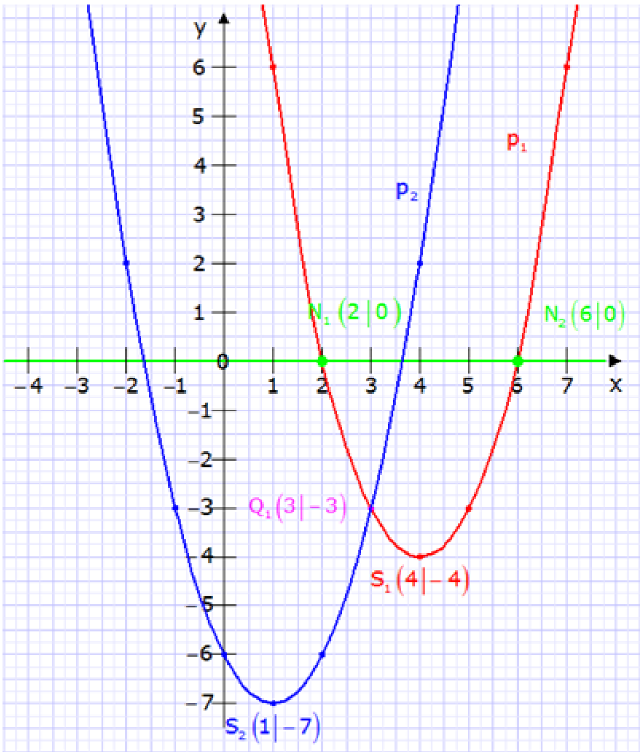
$\underline{\underline{Q_1(3|-3)}}$

Lösung 2022 B/4a:

2. Berechnung der Koordinaten von N_1 und N_2:

$$\begin{array}{l|} \text{I}: y = x^2 - 8x + 12 \\ \text{II}: y = 0 \end{array}$$

Funktionsgleichung der Parabel p_1
Funktionsgleichung der x-Achse



$\text{I} = \text{II}: x^2 - 8x + 12 = 0$

$x^2 - 8x + 12 = 0$ Normalform einer quadratischen Gleichung

$x^2 - 8x + 12 = 0$

$x^2 + px + q = 0$ p und q bestimmen

$p = -8$

$q = 12$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$ Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\frac{(-8)^2}{4} - 12}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{\frac{64}{4} - 12}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 12}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{4}$$

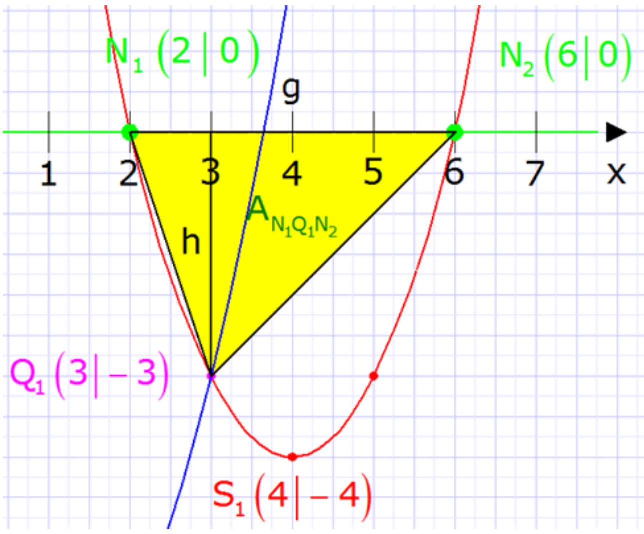
$$x_{1,2} = 4 \pm 2$$

$\underline{x_1} = 4 + 2 = \underline{6}$

$\underline{x_2} = 4 - 2 = \underline{2}$

$\underline{\underline{N_1(2|0)}}$

$\underline{\underline{N_2(6|0)}}$



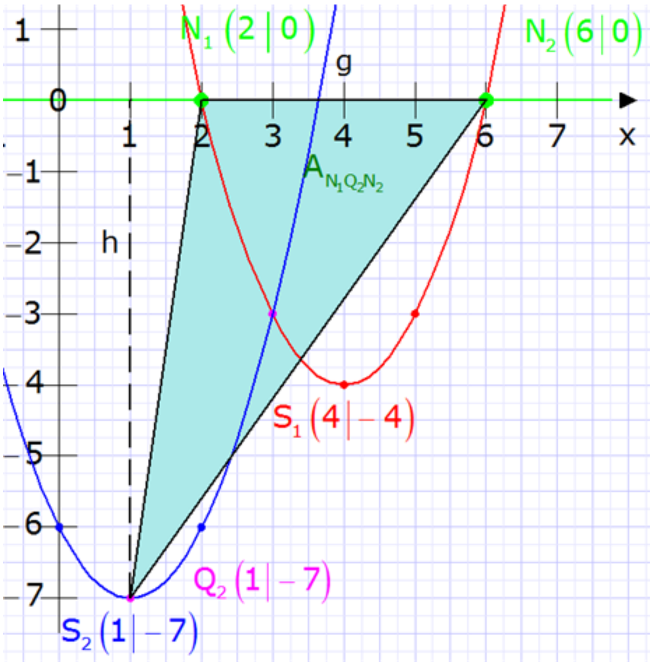
3. Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks $N_1Q_1N_2$:

$$A_{N_1Q_1N_2} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$ Formel Dreiecksfläche

$$A_{N_1Q_1N_2} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3$$

$$\underline{\underline{A_{N_1Q_1N_2} = 6\,\text{FE}}}$$

Lösung 2022 B/4a



4. Berechnung des maximalen Flächeninhalts $A_{N_1Q_2N_2}$:

$Q_2(1|-7)$ Punkt für größten Flächeninhalt

$A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

$A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7$

$A_{N_1Q_2N_2} = 14\,FE$