

Wahlaufgaben

Aufgabe 2017 W3a:

Drei Gleichungen - drei Graphen

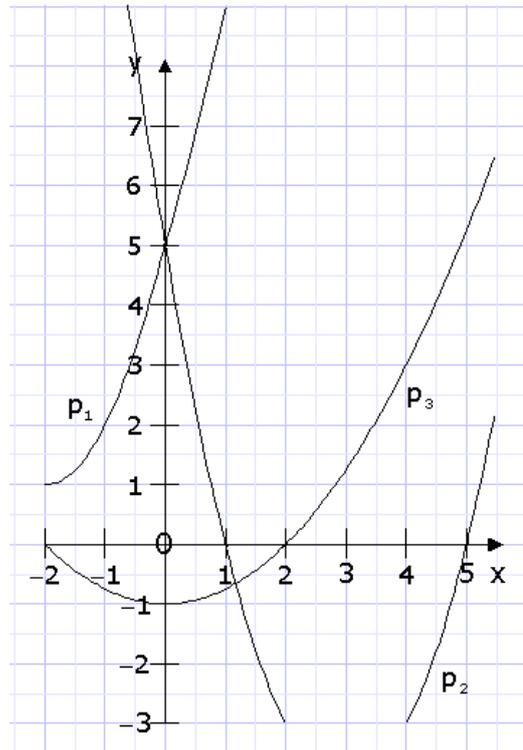
- (A) $y = ax^2 - 1$
- (B) $y = x^2 - 6x + 5$
- (C) $y = x^2 + 4x + q$

Welcher Graph gehört zu welcher Funktionsgleichung?
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Vervollständigen Sie die Funktionsgleichungen von (A) und (C)

Die Gerade g geht durch die Scheitelpunkte von p_2 und p_3 .
Berechnen Sie die Funktionsgleichung von g .

Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Scheitelpunkt von p_1
ebenfalls auf g liegt.



5 P

Lösung 2017 W3a:

1. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_1 :

$$p_1: y = x^2 + px + q$$

Allgemeine Parabelgleichung

$$A(-2|1)$$

$$B(0|5)$$

Punktkoordinaten einsetzen

$$I: 1 = (-2)^2 + p \cdot (-2) + q$$

$$II: 5 = (0)^2 + p \cdot 0 + q$$

$$I': 1 = 4 - 2p + q$$

$$II': 5 = q$$

Seiten tauschen

$$I'': 4 - 2p + q = 1$$

$$II'': q = 5$$

$q = 5$ in I'' einsetzen

$$I''': 4 - 2p + 5 = 1$$

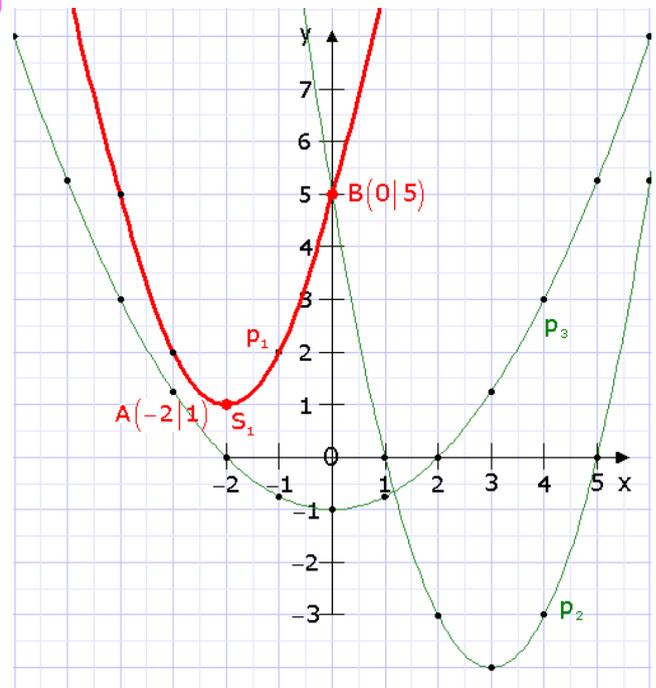
$$-2p + 9 = 1$$

$$|-9$$

$$-2p = -8$$

$$|:(-2)$$

$$p = 4$$



Lösung 2017 W3a:

$p_1 : y = x^2 + 4x + 5$

Funktionsgleichung der Parabel p_1

Antwort:

p_1 entspricht (C) $y = x^2 + 4x + q$
 $q = 5$

2. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_2 :

$p_2 : y = x^2 + px + q$

Allgemeine Parabelgleichung

$$\begin{cases} C(1|0) \\ D(5|0) \end{cases}$$

Punktkoordinaten einsetzen

$$\begin{cases} I: 0 = 1^2 + p \cdot 1 + q \\ II: 0 = 5^2 + p \cdot 5 + q \end{cases}$$

$$\begin{cases} I': 0 = 1 + p + q \\ II': 0 = 25 + 5p + q \end{cases}$$

Seiten tauschen

$$\begin{cases} -p - 1 \\ -5p - 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I'': 1 + p + q = 0 \\ II'': 25 + 5p + q = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I'': q = -p - 1 \\ II'': q = -5p - 25 \end{cases}$$

Gleichsetzungsverfahren

$$\begin{cases} I'' = II'': -p - 1 = -5p - 25 \\ 4p = -24 \end{cases}$$

$p = -6$

$p = -6$ in I' einsetzen

$I': 0 = 1 - 6 + q$

$0 = -5 + q$

$-5 + q = 0$

$q = 5$

Zusammenfassen

Seiten tauschen

$$| +5$$

$p_2 : y = x^2 - 6x + 5$

Funktionsgleichung der Parabel p_2

Antwort:

p_2 entspricht (B) $y = x^2 - 6x + 5$

3. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_3 :

$p_3 : y = ax^2 - 1$

gestauchte Parabel mit $S_3(0|-1)$

$E(2|0)$

Punktkoordinaten einsetzen

$p_3 : 0 = a \cdot 2^2 - 1$

$0 = 4a - 1$

Seiten tauschen

$4a - 1 = 0$

$$| +1$$

$4a = 1$

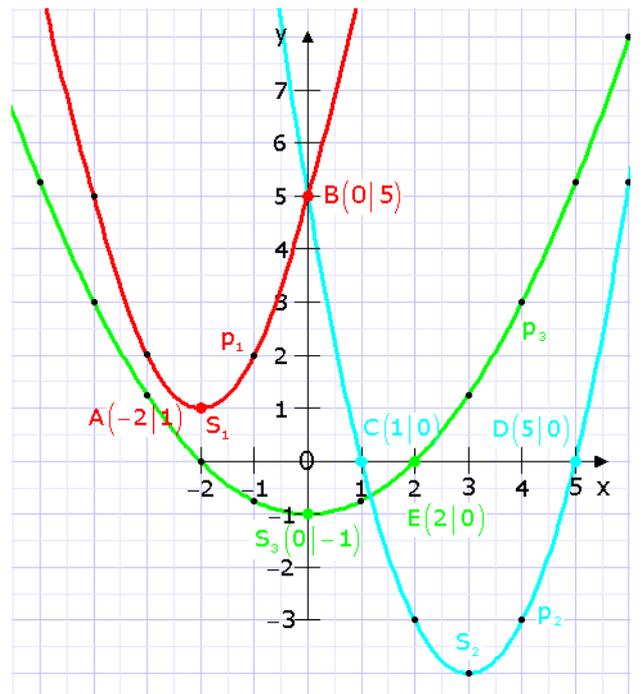
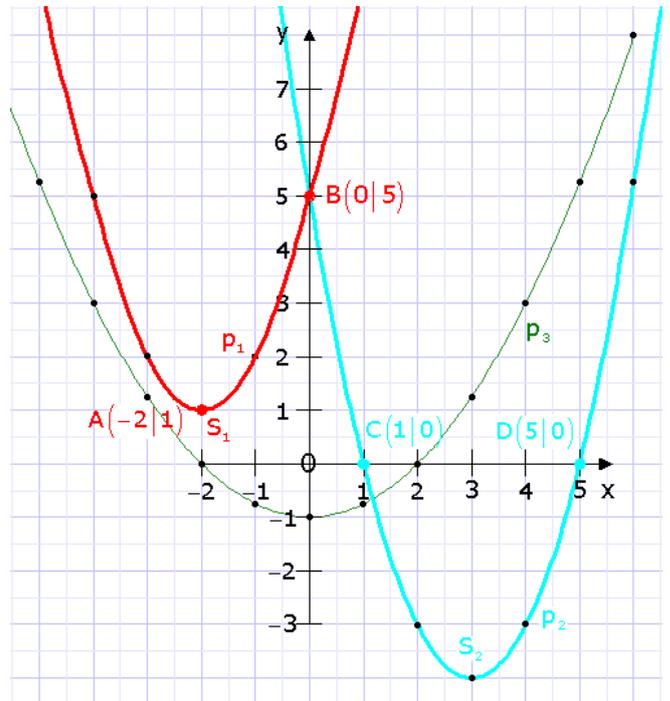
$$| :4$$

$a = 0,25$

$p_3 : y = 0,25x^2 - 1$ Funktionsgleichung der Parabel p_3

Antwort:

p_3 entspricht (A) $y = ax^2 - 1$



Lösung 2017 W3a:

4. Berechnung des Scheitels von p_2 :

$p_2 : y = x^2 - 6x + 5$ quadratische Ergänzung

$y = x^2 - 6x + 9 - 9 + 5$

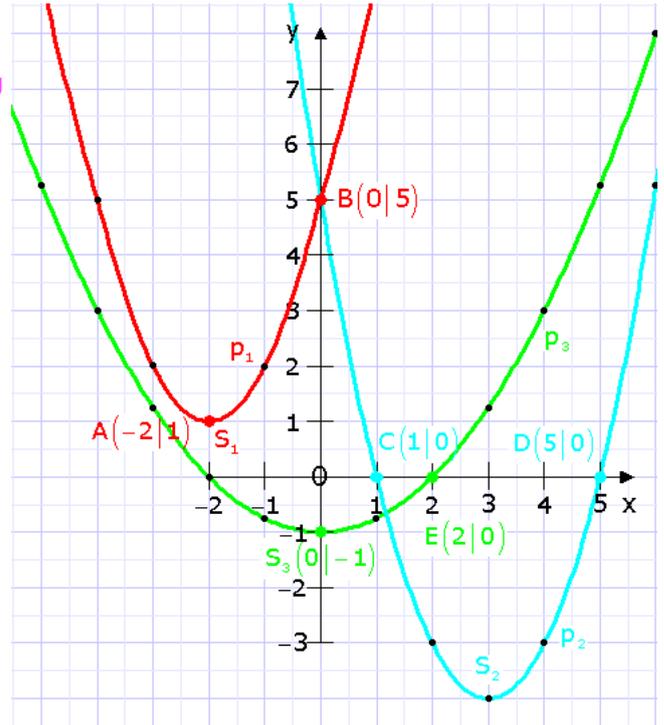
$y = (x^2 - 6x + 9) - 9 + 5$ 2. binomische Formel

$y = (x - 3)^2 - 4$

$y = (x - b)^2 + d ; S(b|d)$ Scheitelformel

$y = (x - 3)^2 + (-4) ; S(3|-4)$

$S_2(3|-4)$



5. Berechnung der Geraden g:

$y = m \cdot x + b$ Allgemeine Geradengleichung

$S_2(3|-4)$

$S_3(0|-1)$

Punktkoordinaten einsetzen

I: $-4 = m \cdot 3 + b$

II: $-1 = m \cdot 0 + b$

I': $-4 = 3m + b$

II': $-1 = b$

Seiten tauschen

II': $b = -1$

$b = -1$ in I einsetzen

I: $-4 = 3m - 1$

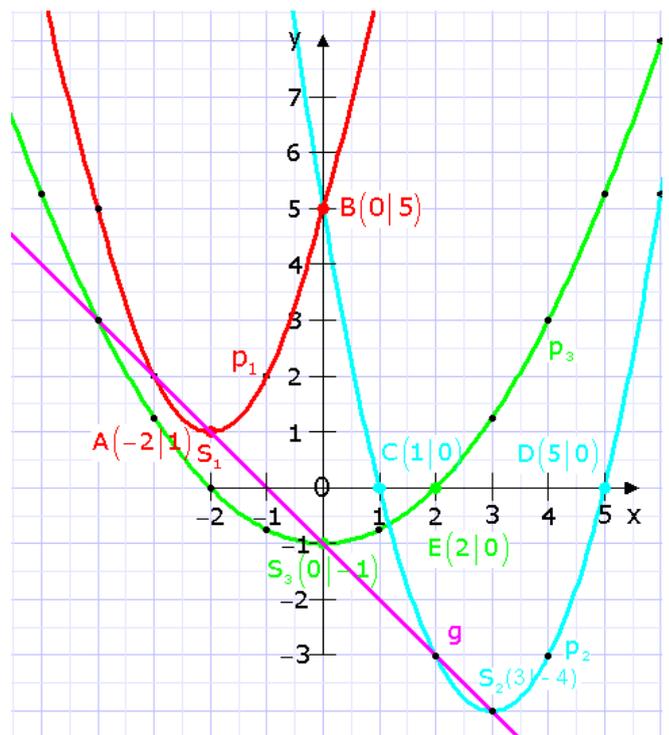
Seiten tauschen

$3m - 1 = -4$ | +1

$3m = -3$ | :3

$m = -1$

$g : y = -x - 1$



Lösung 2017 W3a:

6. Nachweis Scheitelpunkt von p_1 liegt auf der Geraden g :

$$\begin{array}{l} p_1: y = x^2 + 4x + 5 \\ g: y = -x - 1 \end{array}$$

Gleichsetzverfahren

$$p_1 = g: x^2 + 4x + 5 = -x - 1 \quad | +x + 1$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

Quadratische Gleichung in der Normalform

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

p und q bestimmen

$$p = 5$$

$$q = 6$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{5^2}{4} - 6}$$

$$x_{1,2} = -2,5 \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 6}$$

$$x_{1,2} = -2,5 \pm \sqrt{6,25 - 6}$$

$$x_{1,2} = -2,5 \pm \sqrt{0,25}$$

$$x_{1,2} = -2,5 \pm 0,5$$

$$\underline{x_1 = -2,5 + 0,5 = -2}$$

$$\underline{x_2 = -2,5 - 0,5 = -3}$$

$$g: y_1 = -(-2) - 1$$

$x_1 = -2$ in g einsetzen

$$y_1 = 2 - 1$$

$$\underline{y_1 = 1}$$

$$\underline{\underline{S_1(-2|1)}}$$

Antwort:

S_1 liegt auf g .

