

## Wahlaufgaben

### Aufgabe 2015 W4a:

In einem Kartenstapel liegen zwölf Karten.  
Die Verteilung ist in der Tabelle dargestellt.

Die Karten werden gemischt und verdeckt auf den Tisch gelegt. Zwei Karten werden gleichzeitig gezogen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine rote und eine schwarze Karte zu erhalten?

Die zwölf Karten werden für ein Glücksspiel eingesetzt. Es sollen ebenfalls zwei Karten gleichzeitig gezogen werden.

Dazu wird nebenstehender Gewinnplan geprüft.

Berechnen Sie den Erwartungswert.

Sophie macht den Vorschlag, den Gewinn für "zweimal Karo" auf 20,00 € hochzusetzen und alles andere zu belassen. Der Betreiber des Glücksspiels protestiert und behauptet, er würde dann Verlust machen.

Hat der Betreiber Recht? Begründen Sie durch Rechnung.

Kartenfarbe			
schwarz		rot	
			
Anzahl			
6	1	3	2

5,5 P

Ergebnisse	Gewinn
zweimal Karo	10,00 €
zweimal Herz	5,00 €
sonstige	kein Gewinn
Einsatz pro Spiel: 1,00 €	

### Lösung 2015 W4a:

#### 1. Berechnung der Wahrscheinlichkeit eine rote und 1 schwarze Karte zu ziehen:

Für unsere Aufgabe gibt es 15 mögliche Ereignisse.

Das Experiment wird durch einen **Ereignisbaum** dargestellt.

Für das erste Ziehen ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$\begin{array}{cccc}
 \clubsuit & \frac{6}{12} & \spadesuit & \frac{1}{12} & \heartsuit & \frac{3}{12} & \diamondsuit & \frac{2}{12}
 \end{array}$$

Für das zweite Ziehen ohne Zurücklegen ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

Für den Fall dass zuerst  gezogen wurde:

$$\begin{array}{cccc}
 \clubsuit & \frac{5}{11} & \spadesuit & \frac{1}{11} & \heartsuit & \frac{3}{11} & \diamondsuit & \frac{2}{11}
 \end{array}$$

Für den Fall dass zuerst  gezogen wurde:

$$\begin{array}{cccc}
 \clubsuit & \frac{6}{11} & \heartsuit & \frac{3}{11} & \diamondsuit & \frac{2}{11}
 \end{array}$$

Für den Fall dass zuerst  gezogen wurde:

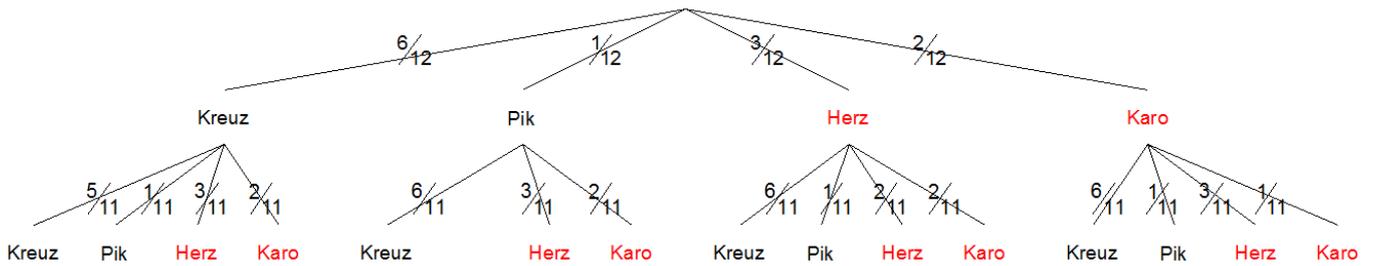
$$\begin{array}{cccc}
 \clubsuit & \frac{6}{11} & \spadesuit & \frac{1}{11} & \heartsuit & \frac{2}{11} & \diamondsuit & \frac{2}{11}
 \end{array}$$

Für den Fall dass zuerst  gezogen wurde:

$$\begin{array}{cccc}
 \clubsuit & \frac{6}{11} & \spadesuit & \frac{1}{11} & \heartsuit & \frac{3}{11} & \diamondsuit & \frac{1}{11}
 \end{array}$$

**Lösung 2015 W4a:**

Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Pik Herz Herz Herz Karo Karo



Für das Ereignis eine rote und eine schwarze Karte zu ziehen ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

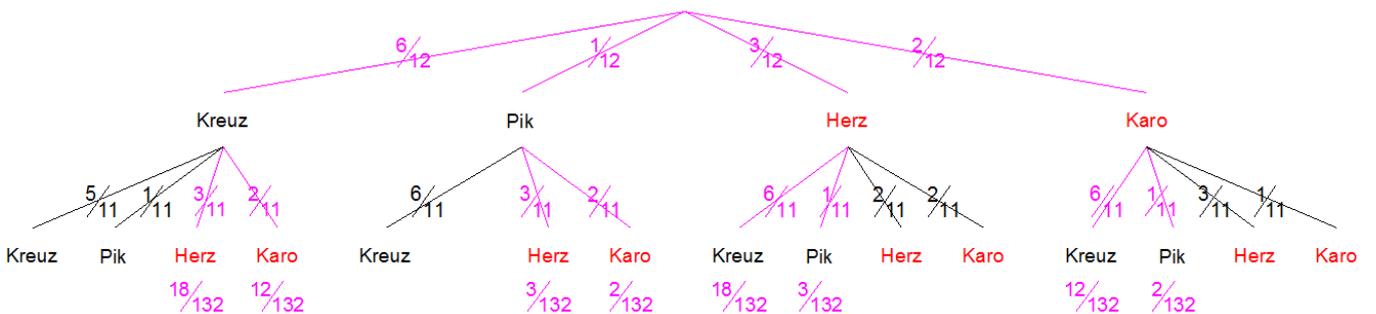
	$\frac{6}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{18}{132}$
	$\frac{6}{12} \cdot \frac{2}{11} = \frac{12}{132}$
	$\frac{1}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{3}{132}$
	$\frac{1}{12} \cdot \frac{2}{11} = \frac{2}{132}$
	$\frac{3}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{18}{132}$
	$\frac{3}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{3}{132}$
	$\frac{2}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{12}{132}$
	$\frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2}{132}$

$$\frac{18}{132} + \frac{12}{132} + \frac{3}{132} + \frac{2}{132} + \frac{18}{132} + \frac{3}{132} + \frac{12}{132} + \frac{2}{132} = \frac{70}{132} = 0,5303 = \frac{53,03}{100} = \underline{\underline{53\%}}$$

Antwort:

Die Wahrscheinlichkeit eine rote und eine schwarze Karte zu ziehen beträgt 53 %.

Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Pik Herz Herz Herz Karo Karo



**2. Berechnung des Erwartungswertes Gewinnplan 1:**

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

wobei

$x_1 \dots x_n$  : Werte

$p_1 \dots p_n$  : Wahrscheinlichkeiten

Für dieses Glücksspiel gibt es  $n = 3$  mögliche Ereignisse

1. man zieht

2. man zieht

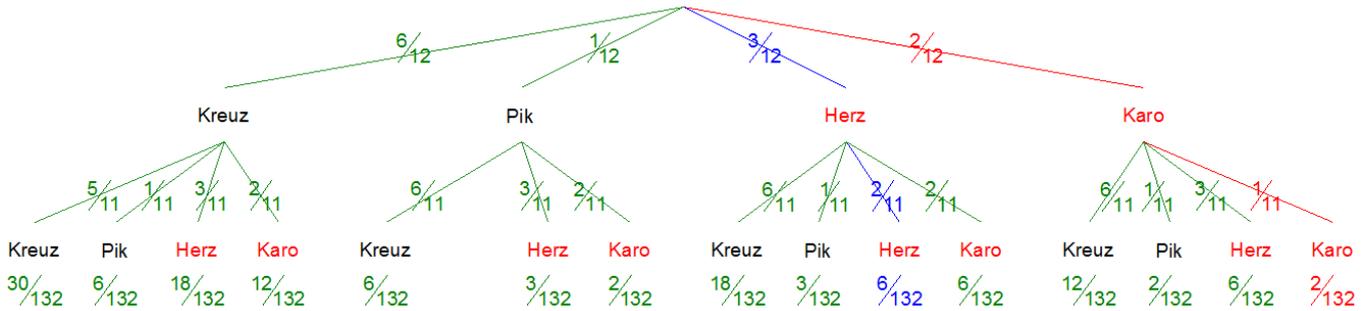
3. man zieht , , , , , , , , , , , oder .

### Lösung 2015 W4a:

Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

♦♦	$\frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2}{132}$
♥♥	$\frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} = \frac{6}{132}$
alle anderen	$\frac{124}{132}$

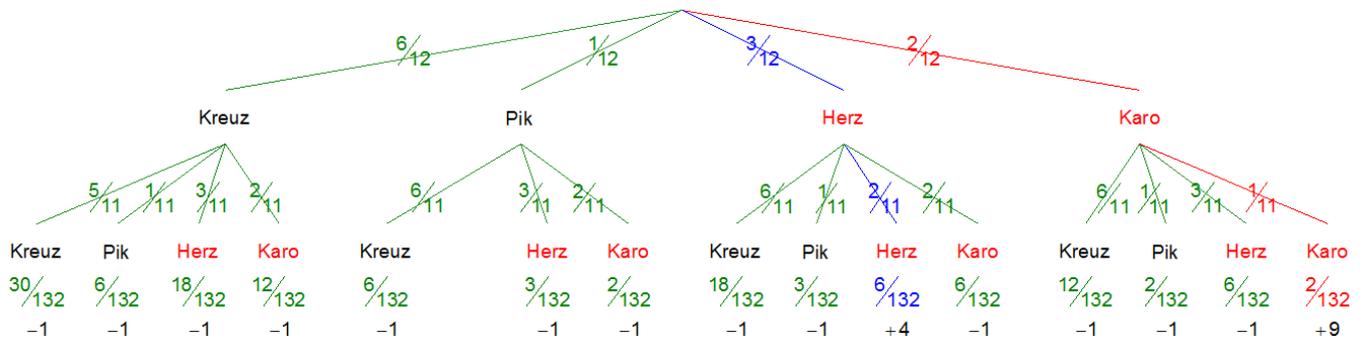
Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Pik Herz Herz Herz Karo Karo



Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

- ♦♦ zieht man zweimal Karo, hat man einen Gewinn von 10 €, muß aber den Kaufpreis von 1 € abziehen + 9
- ♥♥ zieht man zweimal Herz, hat man einen Gewinn von 5 €, muß aber den Kaufpreis von 1 € abziehen + 4
- alle anderen zieht man weder zwei Karo noch zwei Herz, so verliert man den Einsatz von 1 € - 1

Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Kreuz Pik Herz Herz Herz Karo Karo



$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E_1 = 9 \cdot \frac{2}{132} + 4 \cdot \frac{6}{132} + (-1) \cdot \frac{124}{132}$$

$$E_1 = \frac{18}{132} + \frac{24}{132} - \frac{124}{132}$$

$$E_1 = -\frac{82}{132}$$

$$E_1 = -0,62$$

Antwort: Der Erwartungswert beim Gewinnplan 1 beträgt - 0,62 €

### Lösung 2015 W4a:

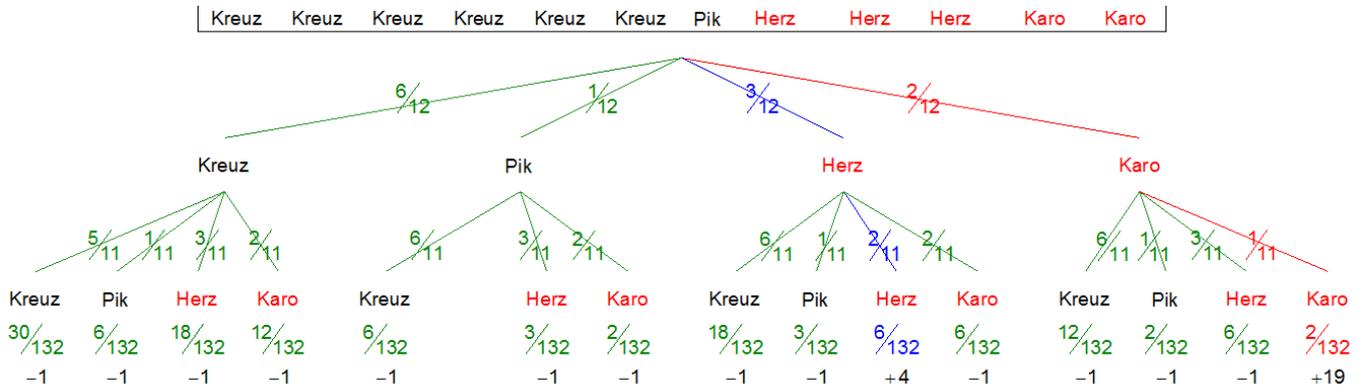
#### 3. Berechnung des Erwartungswertes Gewinnplan 2:

Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

♦♦ zieht man zweimal Karo, hat man einen Gewinn von 20 €, muß aber den Kaufpreis von 1 € abziehen + 19

♥♥ zieht man zweimal Herz, hat man einen Gewinn von 5 €, muß aber den Kaufpreis von 1 € abziehen + 4

alle anderen zieht man weder zwei Karo noch zwei Herz, so verliert man den Einsatz von 1 € - 1



$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E_1 = 19 \cdot \frac{2}{132} + 4 \cdot \frac{6}{132} + (-1) \cdot \frac{124}{132}$$

$$E_1 = \frac{38}{132} + \frac{24}{132} - \frac{124}{132}$$

$$E_1 = -\frac{62}{132}$$

$$E_1 = -0,47$$

Antwort: Der Betreiber hat nicht Recht. Er macht immer noch Gewinn, da der Erwartungswert beim Gewinnplan 2 - 0,47 € beträgt.