**Wahlaufgaben**

**Aufgabe 2015 W3b:**

Eine Parabel $p_1$ der Form $y = ax^2 + c$ mit dem Scheitelpunkt $S_1(0|4,5)$ schneidet die x-Achse in den Punkten $N_1(-3|0)$ und $N_2(3|0)$. **4,5 P**

Eine nach oben geöffnete Normalparabel $p_2$ hat den Scheitelpunkt $S_2(3|1,5)$.

Die beiden Parabeln haben einen gemeinsamen Punkt T.
Berechnen Sie die Koordinaten von T.

Die Punkte $N_1$, $N_2$ und T bilden ein Dreieck.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $N_1N_2T$.

Der Punkt T bewegt sich auf der Parabel $p_1$ oberhalb der x-Achse.
Für welche Lage von T wird der Flächeninhalt des Dreiecks $N_1N_2T$ am größten?
Begründen Sie Ihre Aussage rechnerisch oder durch Argumentation.

**Lösung 2015 W3b:**

**1. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel $p_1$:**

$p_1: y = ax^2 + c$ Parabelgleichung

$\left| \begin{array}{l} S_1(0|4,5) \\ N_1(-3|0) \\ N_2(3|0) \end{array} \right.$

Punktkoordinaten einsetzen

$$\begin{array}{l} \text{I}: 4,5 = a \cdot 0^2 + c \\ \text{II}: \quad 0 = a \cdot (-3)^2 + c \\ \text{III}: \quad 0 = a \cdot 3^2 + c \end{array}$$

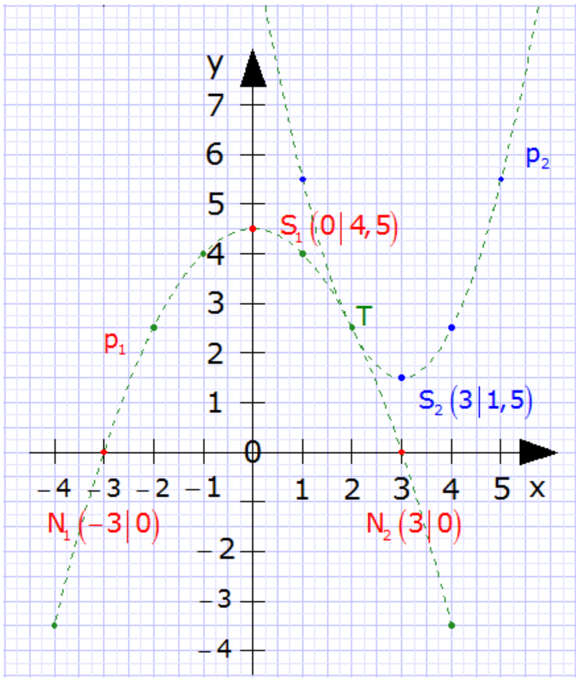
$$\begin{array}{l} \text{I}': 4,5 = c \\ \text{II}': \quad 0 = a \cdot 9 + c \\ \text{III}': \quad 0 = a \cdot 9 + c \end{array}$$

Seiten tauschen

$$\begin{array}{l} \text{I}': \quad c = 4,5 \\ \text{II}': 9a + c = 0 \\ \text{III}': 9a + c = 0 \end{array}$$

$\text{I}': \quad c = 4,5$

$c = 4,5$ in II' einsetzen




$9a + 4,5 = 0 \quad | -4,5$

$9a = -4,5 \quad | :9$

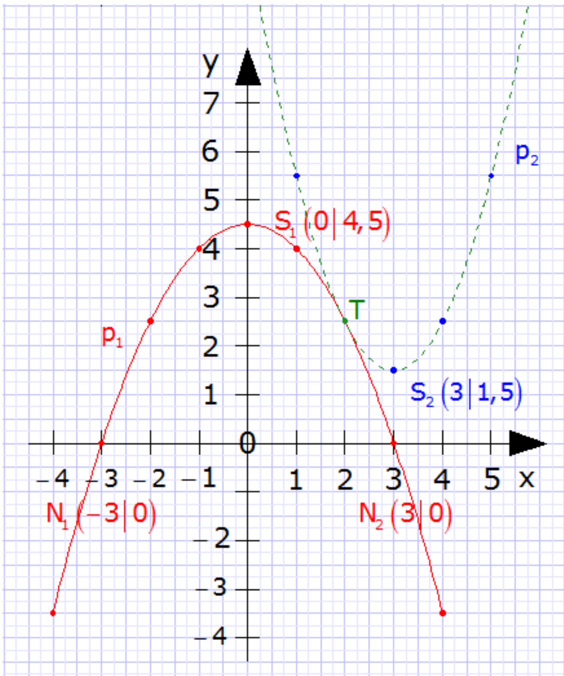
**Lösung 2015 W3b:**

$$a = \frac{-4{,}5}{9}$$

$$a = \frac{-1}{2}$$

$$p_1 : y = -\frac{1}{2}x^2 + 4{,}5$$

**2. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel $p_2$:**




$S_2(3|1{,}5)$ Scheitelpunkt

$y = (x - b)^2 + d \;;\; S(b|d)$ Scheitelgleichung

$y = (x - 3)^2 + 1{,}5 \;;\; S(3|1{,}5)$ Scheitelkoordinaten einsetzen

$$y = (x - 3)^2 + 1{,}5$$

$y = (x - 3)^2 + 1{,}5$ 2. binomische Formel

$$y = x^2 - 6x + 9 + 1{,}5$$

$y = x^2 - 6x + 9 + 1{,}5$ Zusammenfassen

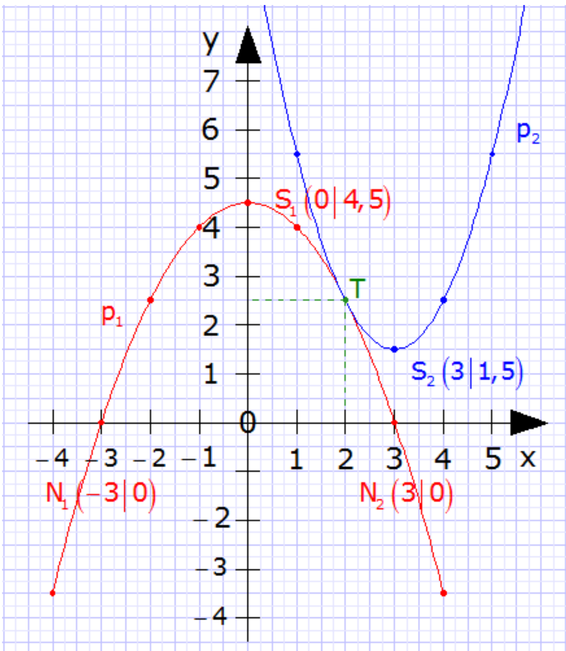
$$y = x^2 - 6x + 10{,}5$$

$$p_2 : y = x^2 - 6x + 10{,}5$$

**3. Berechnung der Koordinaten des Schnittpunktes T:**

$$\begin{array}{l} \mathrm{I}: y = x^2 - 6x + 10{,}5 \\ \mathrm{II}: y = -\frac{1}{2}x^2 + 4{,}5 \end{array}$$

Gleichsetzungsverfahren




$$x^2 - 6x + 10{,}5 = -\frac{1}{2}x^2 + 4{,}5 \quad \Big| + \frac{1}{2}x^2$$

$$1{,}5x^2 - 6x + 10{,}5 = 4{,}5 \quad \Big| - 4{,}5$$

$$1{,}5x^2 - 6x + 6 = 0 \quad \Big| : 1{,}5$$

$x^2 - 4x + 4 = 0$ Normalform einer quadratischen Gleichung

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$x^2 + px + q = 0$ p und q bestimmen

$$p = -4$$

$$q = 4$$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\frac{(-4)^2}{4} - 4}$$

**Lösung 2015 W3b:**

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{\frac{16}{4} - 4}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - 4}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{0}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm 0$$

$$\underline{x_1 = x_2 = 2}$$

x = 2 in I einsetzen

$$y = 2^2 - 6 \cdot 2 + 10,5$$

$$y = 4 - 12 + 10,5$$

$$\underline{y = 2,5}$$

$$\underline{\underline{T(2|2,5)}}$$

**4. Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks $N_1N_2T$:**

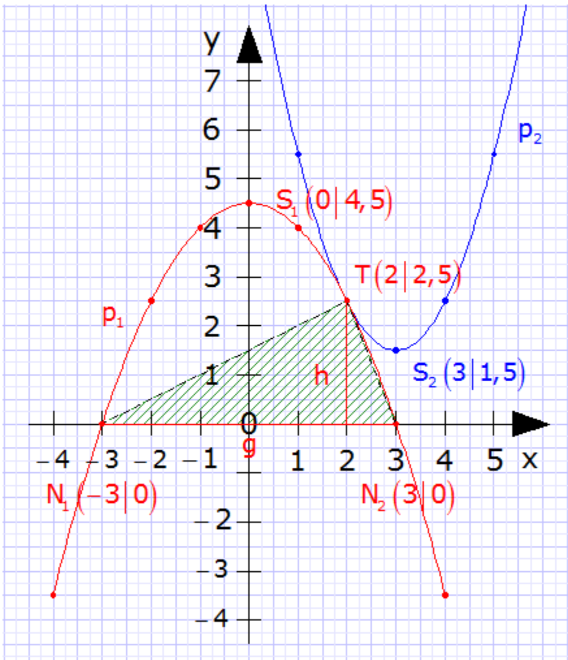
$$A_{N_1N_2T} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

Flächenformel Dreieck

$$A_{N_1N_2T} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2,5$$

$$A_{N_1N_2T} = \frac{1}{2} \cdot 15$$

$$\underline{\underline{A_{N_1N_2T} = 7,5\,FE}}$$




**5. Berechnung des größten Flächeninhalts des Dreiecks $N_1N_2T$:**

$$A_{N_1N_2T} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

Flächenformel Dreieck

T bewegt sich auf der Parabel $p_1$ bis zum Scheitel $S_1(0|4,5)$, dann hat das Dreieck die größte Höhe, während die Grundseite g konstant bleibt.

$$A_{N_1N_2T} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4,5$$

$$A_{N_1N_2T} = \frac{1}{2} \cdot 27$$

$$\underline{\underline{A_{N_1N_2T} = 13,5\,FE}}$$