

Pflichtaufgaben

Aufgabe 2015 P3:

Ein Kegel ist teilweise mit Wasser gefüllt. Dabei nimmt das Wasser die Hälfte des Kegelvolumens ein. Dieses Wasser soll vollständig in eine quadratische Pyramide umgefüllt werden.

3,5 P

Es gilt:

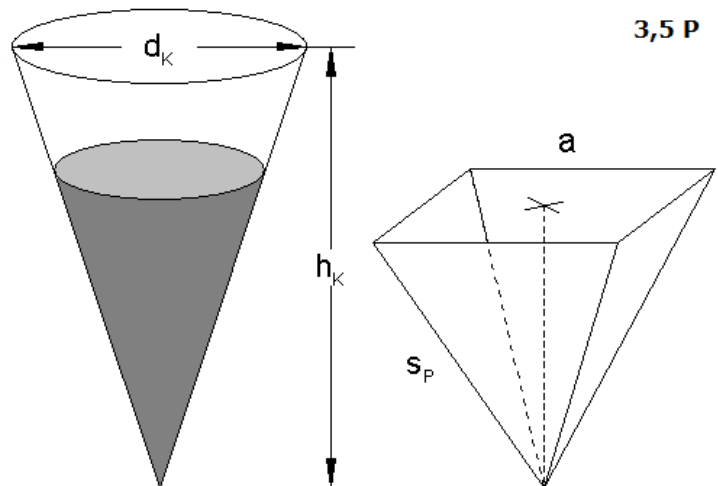
$$d_k = 20,0 \text{ cm}$$

$$h_k = 30,0 \text{ cm}$$

$$a = 16,0 \text{ cm}$$

$$s_p = 24,0 \text{ cm}$$

Läuft das Wasser über?
Überprüfen Sie durch Rechnung.



Strategie 2015 P3:

Gegeben:

Kegel

$$d_k = 20,0 \text{ cm}$$

$$h_k = 30,0 \text{ cm}$$

$$V_w = \frac{1}{2} \cdot V_k$$

Quadratische Pyramide

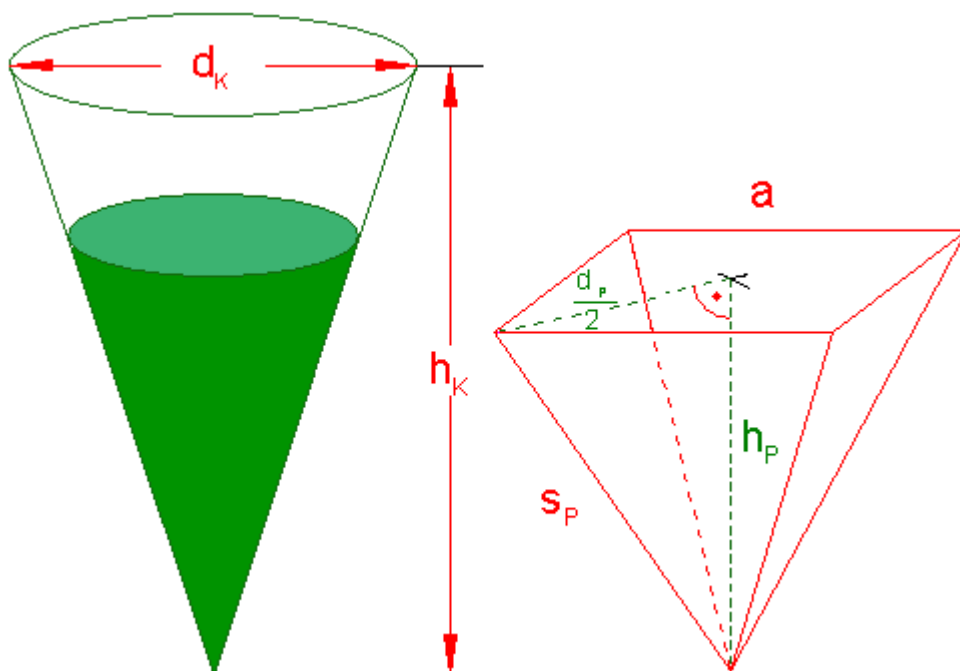
$$a = 16,0 \text{ cm}$$

$$s_p = 24,0 \text{ cm}$$

Skizze:

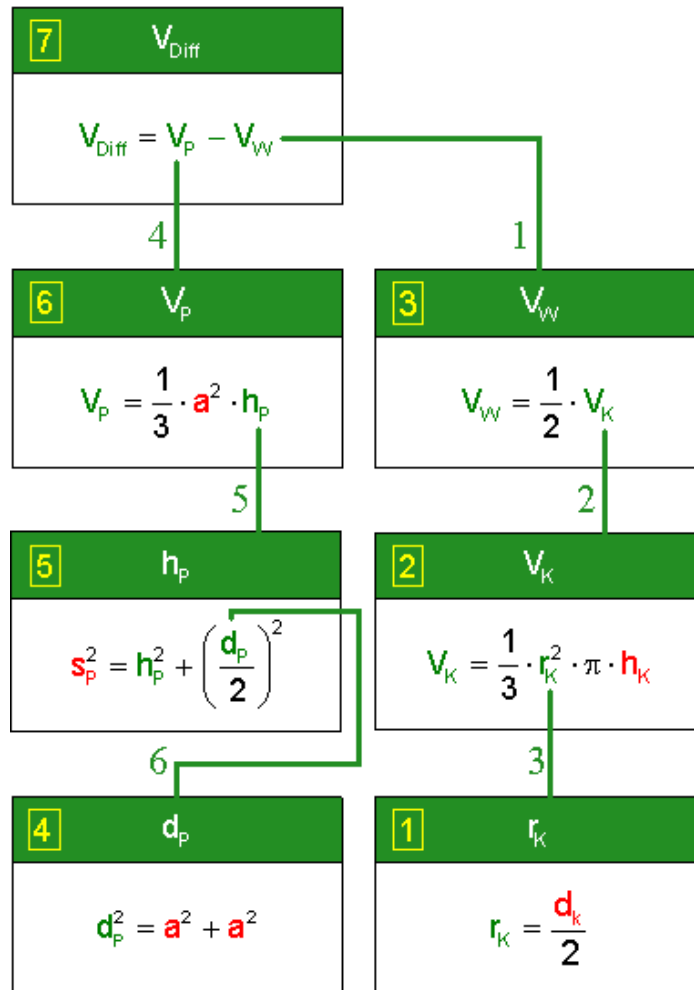
Gesucht:

$$V_{\text{Diff}} = V_p - V_w$$



Strategie 2015 P3:

Struktogramm:



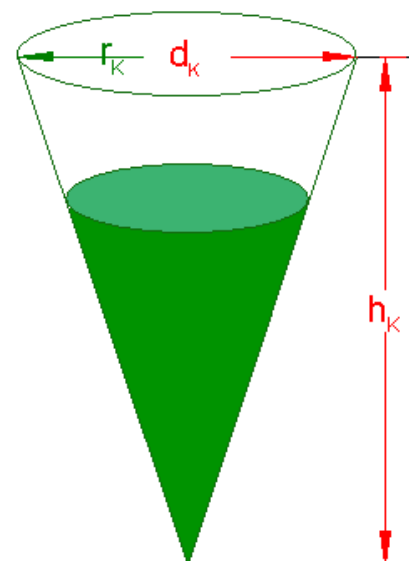
Lösung 2015 P3:

1. Berechnung Kegelradius r_k :

$$r_k = \frac{d_k}{2}$$

$$r_k = \frac{20}{2}$$

$$\underline{r_k = 10 \text{ cm}}$$



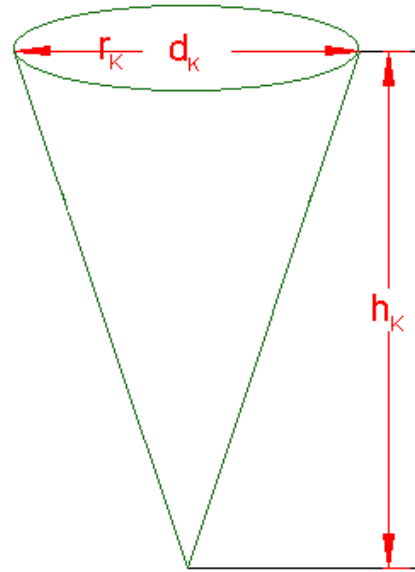
Lösung 2015 P3:

2. Berechnung des Kegelvolumens V_K :

$$V_K = \frac{1}{3} \cdot r_K^2 \cdot \pi \cdot h_K \quad \text{Formel Kegelvolumen}$$

$$V_K = \frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot \pi \cdot 30$$

$$\underline{V_K = 3141,59 \text{ cm}^3}$$

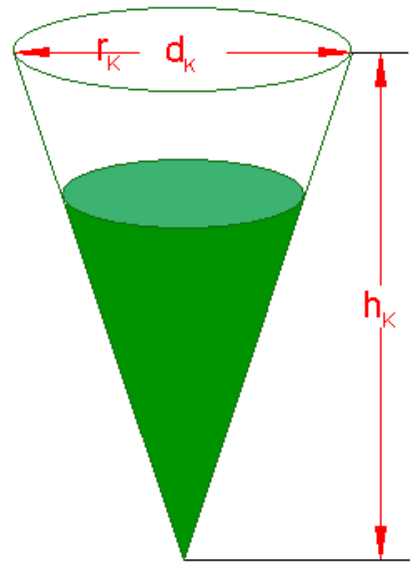


3. Berechnung des Wasservolumens V_W :

$$V_W = \frac{1}{2} \cdot V_K$$

$$V_W = \frac{1}{2} \cdot 3141,59$$

$$\underline{V_W = 1570,80 \text{ cm}^3}$$



4. Berechnung der Quadratdiagonalen d_p :

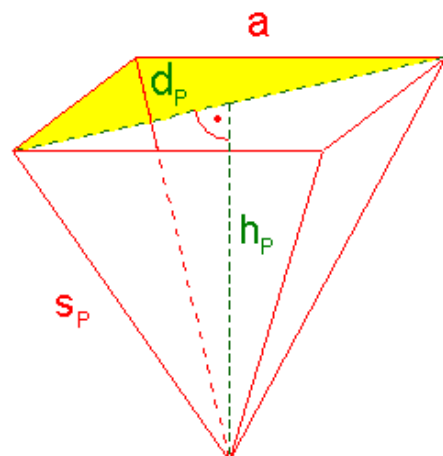
$$d_p^2 = a^2 + a^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$d_p^2 = 16^2 + 16^2$$

$$d_p^2 = 256 + 256$$

$$d_p^2 = 512 \quad \left| \sqrt{\quad} \right.$$

$$\underline{d_p = 22,63 \text{ cm}}$$



Lösung 2015 P3:

5. Berechnung der Pyramidenhöhe h_p :

$$h_p^2 + \left(\frac{d_p}{2}\right)^2 = s_p^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
hellblauen
Teildreieck

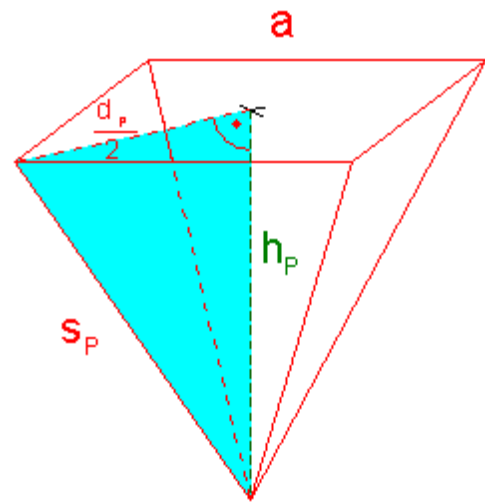
$$h_p^2 + \left(\frac{22,63}{2}\right)^2 = 24^2$$

$$h_p^2 + 11,32^2 = 24^2$$

$$h_p^2 + 128,14 = 576 \quad | -128,14$$

$$h_p^2 = 447,86 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{h_p = 21,16 \text{ cm}}$$

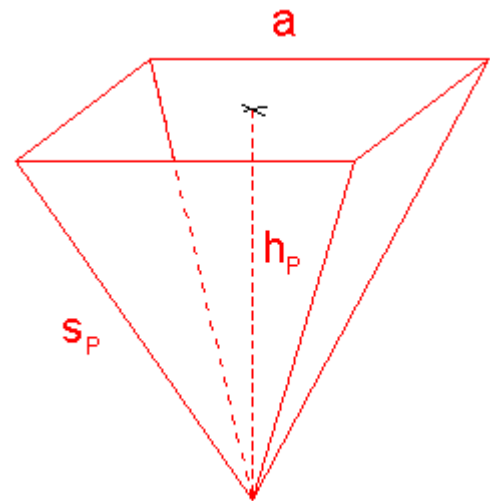


6. Berechnung des Pyramidenvolumens V_p :

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h_p \quad \text{Formel Pyramidenvolumen}$$

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot 16^2 \cdot 21,16$$

$$\underline{V_p = 1805,65 \text{ cm}^3}$$



7. Berechnung der Volumendifferenz V_{Diff} :

$$V_{\text{Diff}} = V_p - V_w$$

$$V_{\text{Diff}} = 1805,65 - 1570,80$$

$$\underline{V_{\text{Diff}} = 234,85 \text{ cm}^3}$$

Antwort: Das Wasser läuft nicht über, da das Wasservolumen von $1570,80 \text{ cm}^3$ in das Pyramidenvolumen von $1805,65 \text{ cm}^3$ passt.

