Wahlaufgaben

Aufgabe 2014 W4a:

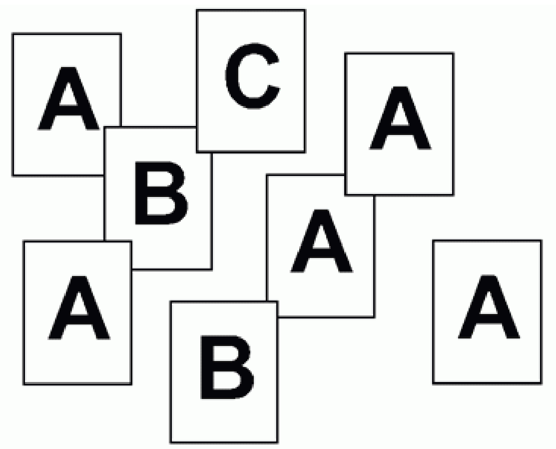
5,5 P

Acht gleich große Karten sind mit den Buchstaben A, B und C beschriftet.

Die Karten liegen so auf dem Tisch, dass die Buchstaben nicht sichtbar sind.

Es werden zwei Karten gleichzeitig gezogen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zwei Karten mit verschiedenen Buchstaben zu ziehen?



Die Karten sollen für ein Glücksspiel verwendet werden. Nebenstehende Gewinnpläne werden geprüft.

Für welchen Gewinnplan soll sich der Betreiber entscheiden? Begründen Sie Ihre Aussage.

Ergebnis der Ziehung	Gewinnplan 1	Gewinnplan 2
Zwei gleiche Buchstaben	3,00 €	5,00 €
Der Buchstabe C ist gezogen	5,00 €	3,00 €
Restliche Möglichkeiten	kein Gewinn	kein Gewinn
Einsatz pro Spiel: 2,50 €		

Lösung 2014 W4a:

1. Berechnung der Wahrscheinlichkeit zwei Karten mit verschiedenen Buchstaben zu ziehen:

Für unsere Aufgabe gibt es 8 mögliche Ereignisse.

Das Experiment wird durch einen **Ereignisbaum** dargestellt.

Für das erste Ziehen ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

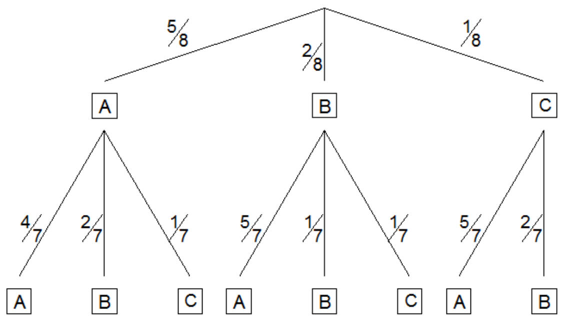
A $\frac{5}{8}$ B $\frac{2}{8}$ C $\frac{1}{8}$

Für das zweite Ziehen ohne Zurücklegen ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

Für den Fall dass zuerst A gezogen wurde: A $\frac{4}{7}$ B $\frac{2}{7}$ C $\frac{1}{7}$

Für den Fall dass zuerst B gezogen wurde: A $\frac{5}{7}$ B $\frac{1}{7}$ C $\frac{1}{7}$

Für den Fall dass zuerst C gezogen wurde: A $\frac{5}{7}$ B $\frac{2}{7}$



Für das Ereignis zwei Karten mit verschiedenen Buchstaben zu ziehen, ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

A B $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{10}{56}$

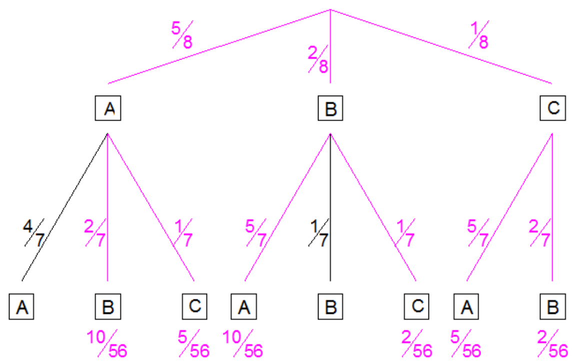
A C $\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{5}{56}$

B A $\frac{2}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{56}$

B C $\frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{2}{56}$

C A $\frac{1}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{56}$

C B $\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{56}$



Lösung 2014 W4a:

$\frac{10}{56}+\frac{5}{56}+\frac{10}{56}+\frac{2}{56}+\frac{5}{56}+\frac{2}{56}=\frac{34}{56}=0,607=\frac{60,7}{100}=\underline{\underline{60,7\%}}$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit zwei Karten mit verschiedenen Buchstaben zu ziehen beträgt 60,7 %.

2. Berechnung des Erwartungswertes Gewinnplan 1:

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n$$

wobei

$x_1 \cdots x_n$: Werte

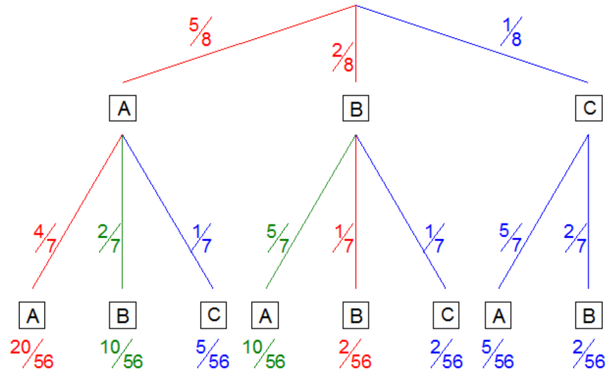
$p_1 \cdots p_n$: Wahrscheinlichkeiten

Für dieses Glücksspiel gibt es n = 3 mögliche Ereignisse

1. man zieht $\boxed{A}\,\boxed{A}$ oder $\boxed{B}\,\boxed{B}$
2. man zieht $\boxed{A}\,\boxed{C}$, $\boxed{B}\,\boxed{C}$, $\boxed{C}\,\boxed{A}$ oder $\boxed{C}\,\boxed{B}$
3. man zieht $\boxed{A}\,\boxed{B}$ oder $\boxed{B}\,\boxed{A}$

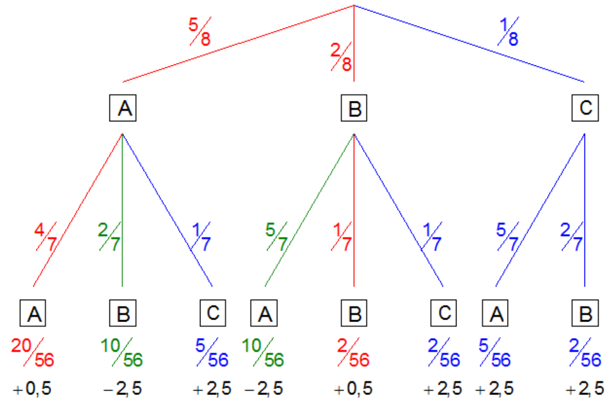
Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$\boxed{A}\,\boxed{A}$	$\frac{20}{56}$
$\boxed{B}\,\boxed{B}$	$\frac{2}{56}$
$\boxed{A}\,\boxed{C}$	$\frac{5}{56}$
$\boxed{B}\,\boxed{C}$	$\frac{2}{56}$
$\boxed{C}\,\boxed{A}$	$\frac{5}{56}$
$\boxed{C}\,\boxed{B}$	$\frac{2}{56}$
alle anderen	$\frac{20}{56}$



Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

$\boxed{A}\,\boxed{A}$ $\boxed{B}\,\boxed{B}$	zieht man zwei gleiche Buchstaben, hat man einen Gewinn von 3 €, muß aber den Kaufpreis von 2,50 € abziehen	+ 0,5
$\boxed{A}\,\boxed{C}$ $\boxed{B}\,\boxed{C}$ $\boxed{C}\,\boxed{A}$ $\boxed{C}\,\boxed{B}$	zieht man den Buchstaben C, hat man einen Gewinn von 5 €, muß aber den Kaufpreis von 2,50 € abziehen	+ 2,5
alle anderen	zieht man weder zwei Buchstaben noch den Buchstaben C, so verliert man den Einsatz von 2,50 €	- 2,5



$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n$$

$$E = 0,5 \cdot \frac{20}{56} + (-2,5) \cdot \frac{10}{56} + 2,5 \cdot \frac{5}{56} + (-2,5) \cdot \frac{10}{56} + 0,5 \cdot \frac{2}{56} + 2,5 \cdot \frac{2}{56} + 2,5 \cdot \frac{5}{56} + 2,5 \cdot \frac{2}{56}$$

$$E = \frac{10}{56} - \frac{25}{56} + \frac{12,5}{56} - \frac{25}{56} + \frac{1}{56} + \frac{5}{56} + \frac{12,5}{56} + \frac{5}{56}$$

$$E = \frac{-4}{56}$$

$$\underline{E = -0,07}$$

Antwort: Der Erwartungswert beim Gewinnplan 1 beträgt - 0,07 €.

Lösung 2014 W4a:

3. Berechnung des Erwartungswertes Gewinnplan 2:

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n$$

wobei

$x_1 \cdots x_n$: Werte

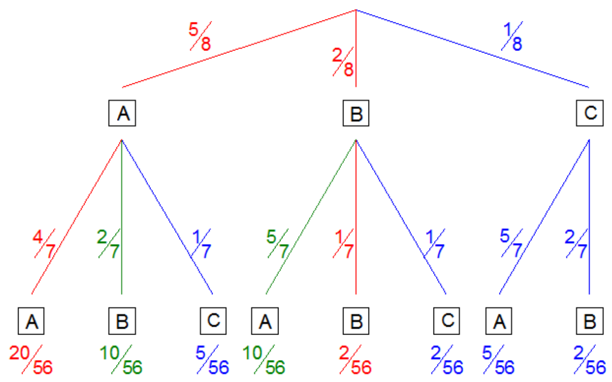
$p_1 \cdots p_n$: Wahrscheinlichkeiten

Für dieses Glücksspiel gibt es n = 3 mögliche Ereignisse

1. man zieht $\boxed{A}\boxed{A}$ oder $\boxed{B}\boxed{B}$
2. man zieht $\boxed{A}\boxed{C}$, $\boxed{B}\boxed{C}$, $\boxed{C}\boxed{A}$ oder $\boxed{C}\boxed{B}$
3. man zieht $\boxed{A}\boxed{B}$ oder $\boxed{B}\boxed{A}$

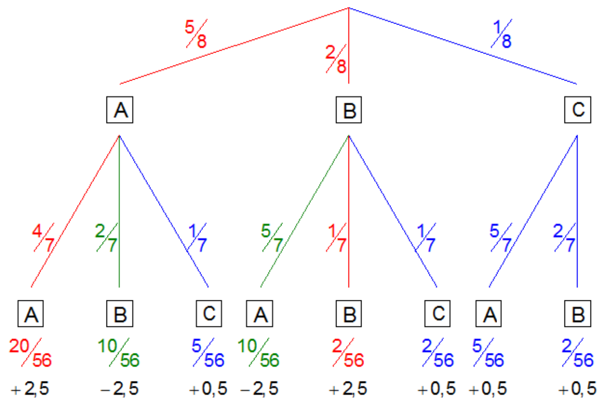
Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$\boxed{A}\boxed{A}$	$20/56$
$\boxed{B}\boxed{B}$	$2/56$
$\boxed{A}\boxed{C}$	$5/56$
$\boxed{B}\boxed{C}$	$2/56$
$\boxed{C}\boxed{A}$	$5/56$
$\boxed{C}\boxed{B}$	$2/56$
alle anderen	$20/56$



Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

$\boxed{A}\boxed{A}$ $\boxed{B}\boxed{B}$	zieht man zwei gleiche Buchstaben, hat man einen Gewinn von 5 €, muß aber den Kaufpreis von 2,50 € abziehen	+ 2,5
$\boxed{A}\boxed{C}$ $\boxed{B}\boxed{C}$ $\boxed{C}\boxed{A}$ $\boxed{C}\boxed{B}$	zieht man den Buchstaben C, hat man einen Gewinn von 3 €, muß aber den Kaufpreis von 2,50 € abziehen	+ 0,5
alle anderen	zieht man weder zwei Buchstaben noch den Buchstaben C, so verliert man den Einsatz von 2,50 €	- 2,5



$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n$$

$$E = 2{,}5 \cdot 20/56 + (-2{,}5) \cdot 10/56 + 0{,}5 \cdot 5/56 + (-2{,}5) \cdot 10/56 + 2{,}5 \cdot 2/56 + 0{,}5 \cdot 2/56 + 0{,}5 \cdot 5/56 + 0{,}5 \cdot 2/56$$

$$E = 50/56 - 25/56 + 2{,}5/56 - 25/56 + 5/56 + 1/56 + 2{,}5/56 + 1/56$$

$$E = 12/56$$

$$\underline{E = 0{,}21}$$

Antwort: Der Erwartungswert beim Gewinnplan 2 beträgt 0,21 €. Das heißt, der Betreiber sollte sich für Gewinnplan 1 entscheiden.