Wahlaufgaben

Aufgabe 2014 W3a:

Zu einer verschobenen, nach oben geöffneten Normalparabel p_1 gehört die unvollständig ausgefüllte Wertetabelle. **5,5 P**

x	-3	-2	-1	0	1	2
y		3		3		

Geben Sie die Funktionsgleichung der Parabel p_1 an und vervollständigen Sie die Wertetabelle.

Eine Parabel p_2 hat die Gleichung $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$.

Zeichnen Sie die beiden Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem.

Eine Parabel p_3 hat die Gleichung $y = ax^2$.

Geben Sie einen möglichen Wert für den Faktor a so an, dass p_3 weder mit p_1 noch mit p_2 einen gemeinsamen Punkt hat.

Überprüfen Sie durch Rechnung.

Lösung 2014 W3a:

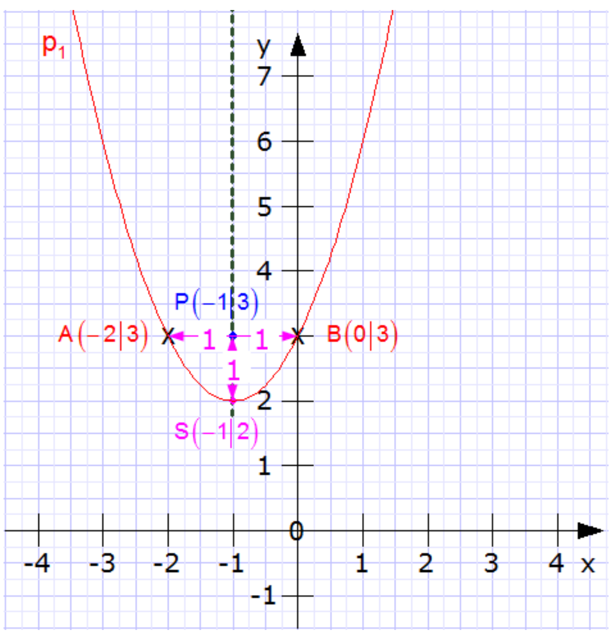
1. Ablesen der Koordinaten aus dem Schaubild:

$A(-2|3)$ $\quad$ $B(0|3)$

$P(-1|3)$

2.a Bestimmung der Parabelgleichung durch Argumentation:

Die Symmetrieachse der Parabel ist eine Parallele zur y-Achse. A hat zu dieser Symmetrieachse den Abstand 1. Also hat B auch den Abstand 1 von der Symmetrieachse. Bei 1 Schritt in x-Richtung muss man 1 Schritt in y-Richtung gehen. Somit ergibt sich für den Scheitelpunkt $S(-1|2)$.



$y = (x-b)^2 + d\,;\, S(b|d)$ Scheitelgleichung

$y = (x-(-1))^2 + 2\,;\, S(-1|2)$ Scheitelkoordinaten einsetzen

$y = (x+1)^2 + 2$

$y = (x+1)^2 + 2$ 1. binomische Formel

$y = x^2 + 2x + 1 + 2$

$y = x^2 + 2x + 1 + 2$ Zusammenfassen

$\underline{\underline{p_1 : y = x^2 + 2x + 3}}$

2.b Bestimmung der Parabelgleichung durch Berechnung:

$p_1 : y = x^2 + px + q$ Allgemeine Parabelgleichung $\left| \begin{array}{l} A(-2|3) \\ B(0|3) \end{array} \right.$

Punktkoordinaten einsetzen

$\left. \begin{array}{l} \mathrm{I}: 3 = (-2)^2 + p\cdot(-2) + q \\ \mathrm{II}: 3 = 0^2 + p\cdot 0 + q \end{array} \right|$

$\left. \begin{array}{l} \mathrm{I}': 3 = 4 - 2p + q \\ \mathrm{II}': 3 = q \end{array} \right|$ Seiten tauschen

$\left. \begin{array}{l} \mathrm{I}': 4 - 2p + q = 3 \\ \mathrm{II}': \qquad\quad q = 3 \end{array} \right|$

$\underline{q = 3}$

Lösung 2014 W3a:

$I': 4-2p+3=3$ — q = 3 in I' einsetzen

$4-2p+3=3$ — Zusammenfassen

$7-2p=3 \quad |-7$

$-2p=-4 \quad |:(-2)$

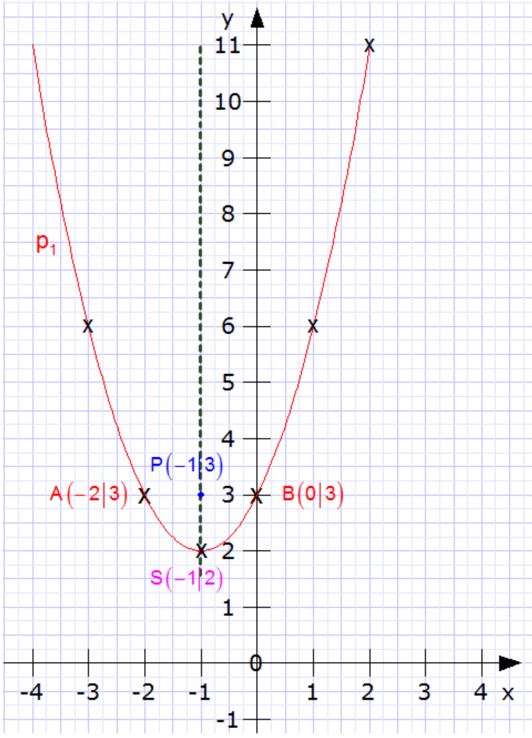
$p=\frac{-4}{-2}$

$\underline{p=2}$

$\underline{\underline{p_1: y=x^2+2x+3}}$

3. Vollständige Wertetabelle:

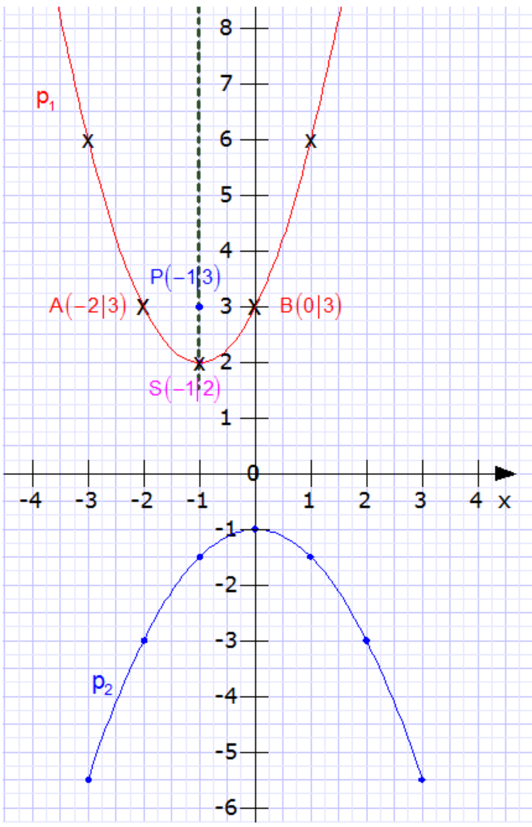
x	- 3	- 2	- 1	0	1	2
y	6	3	2	3	6	11



4. Zeichnung der Parabeln p_1 und p_2 im Koordinatensystem:

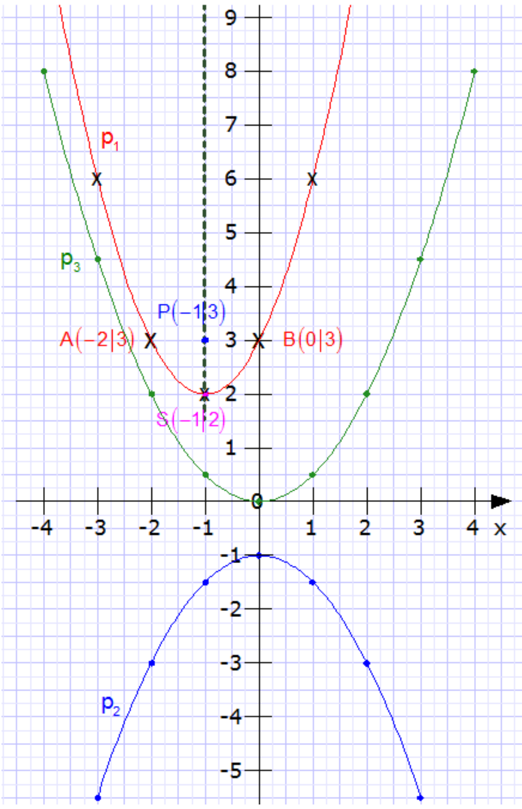
Wertetabelle von p_2:

x	- 3	- 2	- 1	0	1	2
y	- 5,5	- 3	- 1,5	- 1	- 1,5	- 3



Lösung 2014 W3a:

5. Rechnerischer Nachweis, dass p_3 weder mit p_1 noch mit p_2 einen gemeinsamen Punkt haben:



$p_3 : y = \frac{1}{2} \cdot x^2$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 : y = x^2 + 2x + 3 \\ p_3 : y = \frac{1}{2} \cdot x^2 \end{array} \right|$$ Gleichsetzungsverfahren

$x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{2} \cdot x^2 \quad \left| -\frac{1}{2}x^2 \right.$

$\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 = 0 \quad | \cdot 2$

$x^2 + 4x + 6 = 0$

$x^2 + 4x + 6 = 0$ Normalform einer quadratischen Gleichung

$x^2 + px + q = 0$

$p = 4$

$q = 6$ p und q bestimmen

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\frac{4^2}{4} - 6}$

$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{\frac{16}{4} - 6}$

$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 - 6}$

$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-2}$

$\underline{\underline{D = -2 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow \text{unlösbar} \Rightarrow \text{keine gemeinsamen Schnittpunkte}}}$

$$\left. \begin{array}{l} p_2 : y = -\frac{1}{2}x^2 - 1 \\ p_3 : y = \frac{1}{2} \cdot x^2 \end{array} \right|$$ Gleichsetzungsverfahren

$\frac{1}{2} \cdot x^2 = -\frac{1}{2}x^2 - 1 \quad \left| +\frac{1}{2}x^2 \right.$

$x^2 = -1 \quad | \sqrt{}$

$x = \sqrt{-1}$

$\underline{\underline{\sqrt{-1} \text{ nicht definiert} \Rightarrow \text{unlösbar} \Rightarrow \text{keine gemeinsamen Schnittpunkte}}}$