Pflichtaufgaben

Aufgabe 2014 P3:

4 P

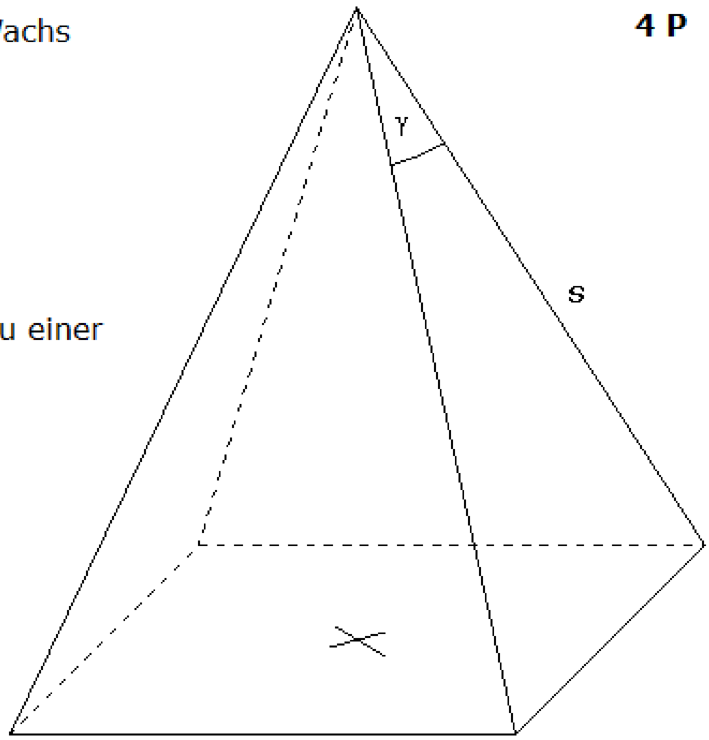
Eine quadratische Pyramide wurde aus Wachs hergestellt.

Es gilt:

$$s = 11,2\,\text{cm}$$
$$\gamma = 34,0°$$

Die Pyramide wird eingeschmolzen und zu einer Kugel umgeformt.

Berechnen Sie den Radius der Kugel.



Strategie 2014 P3:

Gegeben:

quadr. Pyramide

$s = 11,2\,\text{cm}$

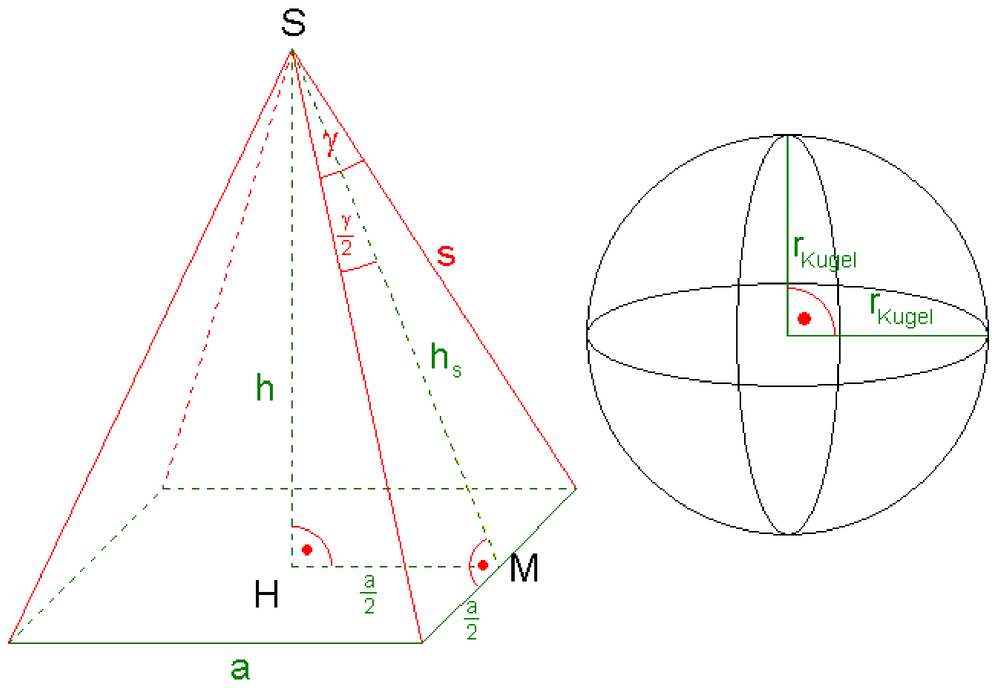
$\gamma = 34,0°$

$V_{Pyr} = V_{Ku}$

Gesucht:

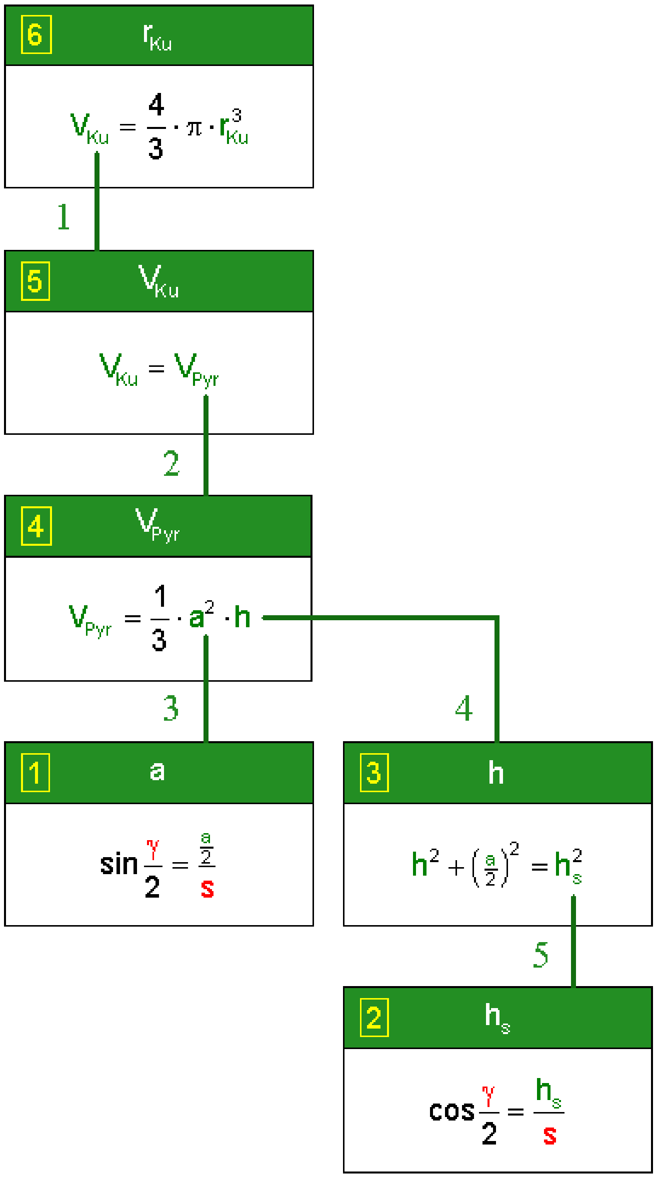
r_{Ku}

Skizze:



Strategie 2014 P3:

Struktogramm:



Lösung 2014 P3:

1. Berechnung der Grundseite a:

$$\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{a}{2}}{s}$$ Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$\sin\frac{34^\circ}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{11,2}$$

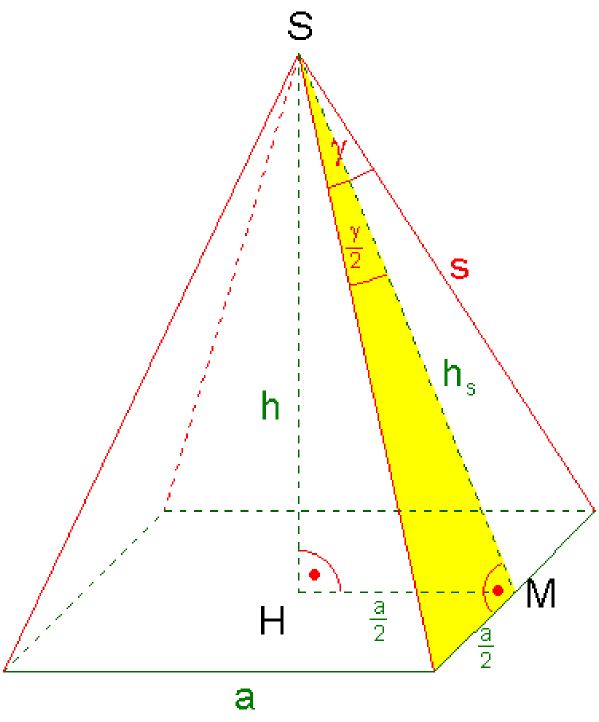
$$\sin 17^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{11,2}$$

$$0,2924 = \frac{\frac{a}{2}}{11,2}$$ Seiten tauschen

$$\frac{\frac{a}{2}}{11,2} = 0,2924 \quad \left| \cdot 11,2 \right.$$

$$\frac{a}{2} = 3,275 \quad \left| \cdot 2 \right.$$

$$\underline{a = 6,55\,\text{cm}}$$



2. Berechnung der Höhe der Seitenfläche h_s:

$$\cos\frac{\gamma}{2} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_s}{s}$$ Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

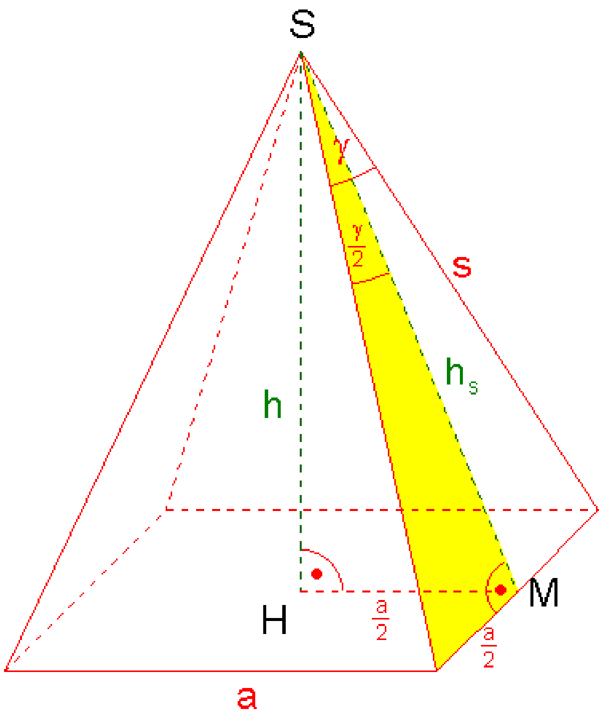
$$\cos\frac{34^\circ}{2} = \frac{h_s}{11,2}$$

$$\cos 17^\circ = \frac{h_s}{11,2}$$

$$0,9563 = \frac{h_s}{11,2}$$ Seiten tauschen

$$\frac{h_s}{11,2} = 0,9563 \quad \left| \cdot 11,2 \right.$$

$$\underline{h_s = 10,71\,\text{cm}}$$



Lösung 2014 P3:

3. Berechnung der Pyramidenhöhe h:

$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_s^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck HMS

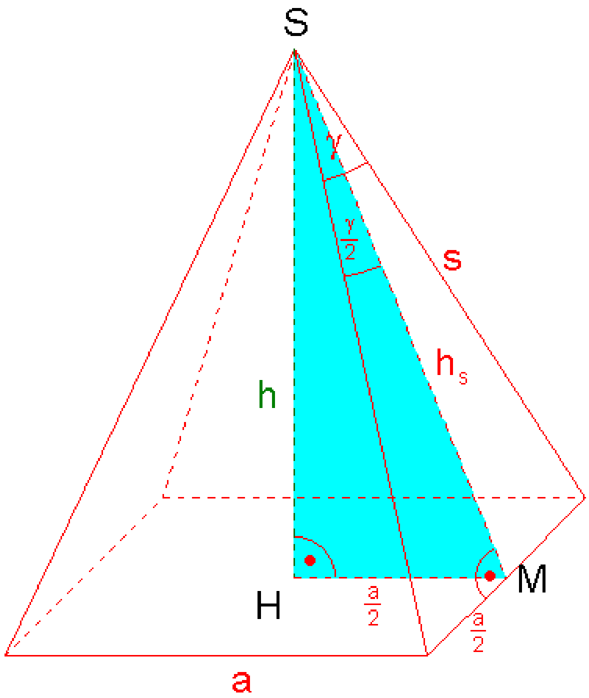
$$h^2 + \left(\frac{6,55}{2}\right)^2 = 10,71^2$$

$$h^2 + 3,275^2 = 10,71^2$$

$$h^2 + 10,725625 = 114,7041 \quad | -10,725625$$

$$h^2 = 103,978475 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{h = 10,20\,\text{cm}}$$



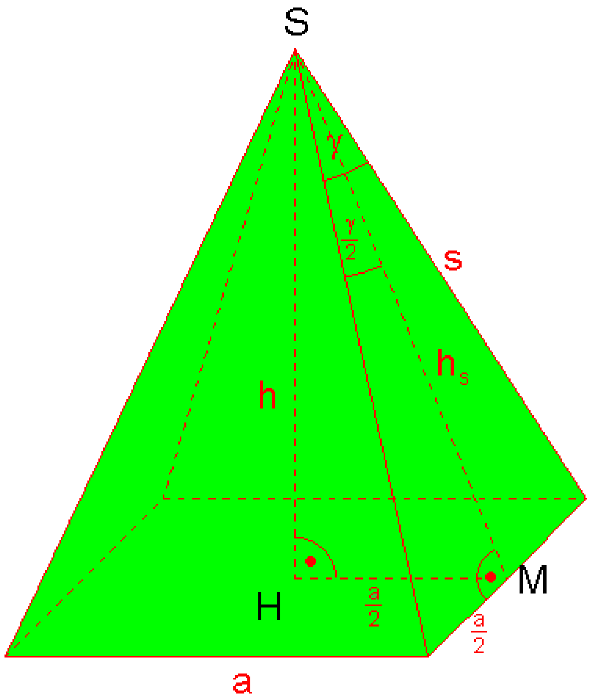
4. Berechnung des Pyramidenvolumens V_{Pyr}:

$$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

Volumensformel der quadratischen Pyramide

$$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 6,55^2 \cdot 10,20$$

$$\underline{V_{Pyr} = 145,87\,\text{cm}^3}$$



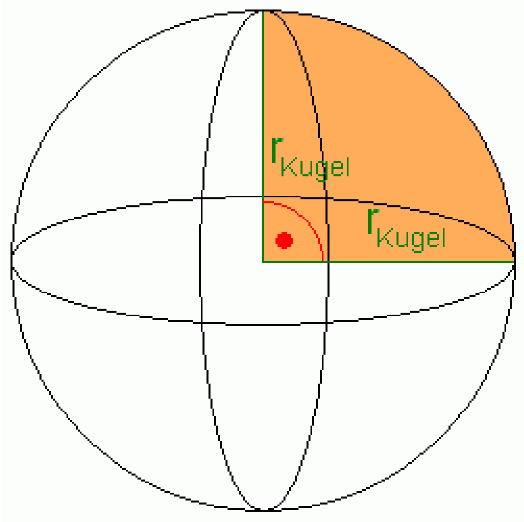
5. Berechnung des Kugelvolumens V_{Ku}:

$$V_{Ku} = V_{Pyr}$$

$$\underline{V_{Ku} = 145,87\,\text{cm}^3}$$

Lösung 2014 P3:

6. Berechnung des Kugelradius r_{Ku}:



$$V_{Ku} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{Ku}^3$$ Volumensformel der Kugel

$$145,87 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{Ku}^3$$ Seiten tauschen

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{Ku}^3 = 145,87 \quad \left| \cdot \frac{3}{4} \right.$$

$$\pi \cdot r_{Ku}^3 = 109,4025 \quad | : \pi$$

$$r_{Ku}^3 = 34,8239 \quad | \sqrt[3]{}$$

$$\underline{\underline{r_{Ku} = 3,27\,\text{cm}}}$$