Wahlaufgaben

Aufgabe 2013 W3b:

Die Parabel p_1 hat die Gleichung $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$. **5 P**

Die nach oben geöffnete und verschobene Normaparabel p_2 hat den Scheitel $S_2(3|-4)$.
Der Scheitel S_1 von p_1 sowie die Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_2 mit der x-Achse bilden ein Dreieck.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $N_1N_2S_1$.
Eine Gerade g geht durch die Schnittpunkte der beiden Parabeln und teilt somit die Fläche des Dreiecks.
Überprüfen Sie, ob die Gerade g die Fläche des Dreiecks $N_1N_2S_1$ halbiert.

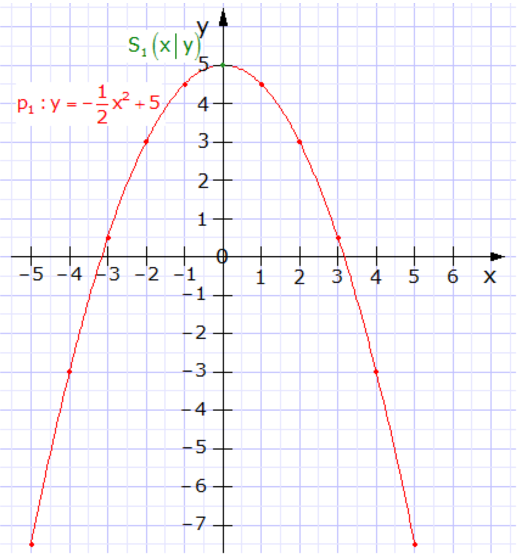
Lösung 2013 W3b:

1. Berechnung der Koordinaten des Scheitelpunktes S_1:

$p_1 : y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

x	- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3	4	5
y	- 3	0,5	3	4,5	5	4,5	3	0,5	- 3	- 7,5

$\underline{S_1(0|5)}$



2. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_2:

$y = (x - b)^2 + d$; $S(b|d)$ Scheitelgleichung

$y = (x - 3)^2 + (-4)$; $S(3|-4)$ Scheitelkoordinaten einsetzen

$y = (x - 3)^2 - 4$

$y = (x - 3)^2 - 4$ 2. binomische Formel

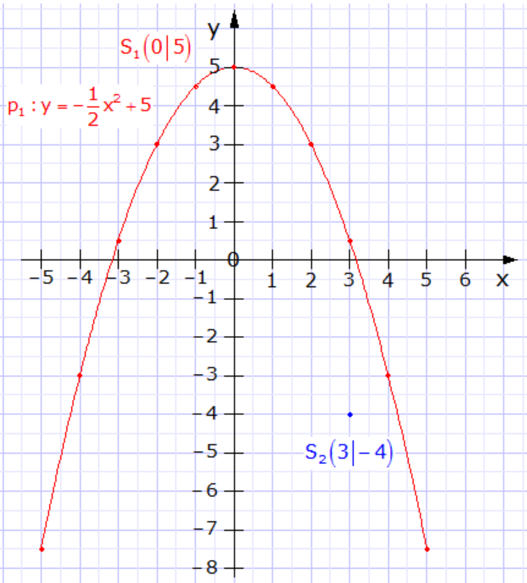
$y = x^2 - 6x + 9 - 4$

$y = x^2 - 6x + 9 - 4$

$y = x^2 - 6x + 9 - 4$ Zusammenfassen

$y = x^2 - 6x + 5$

$\underline{p_2 : y = x^2 - 6x + 5}$



Lösung 2013 W3b:

3. Berechnung der Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2:

$$\begin{array}{l|l} \mathrm{I}: y = x^2 - 6x + 5 & \text{Funktionsgleichung der Parabel } p_2 \\ \mathrm{II}: y = 0 & \text{Funktionsgleichung der x-Achse} \end{array}$$

$\mathrm{I} = \mathrm{II}: x^2 - 6x + 5 = 0$ Normalform einer quadratischen Gleichung

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$x^2 + px + q = 0$ p und q bestimmen

$p = -6$

$q = 5$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\frac{(-6)^2}{4} - 5}$

$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} - 5}$

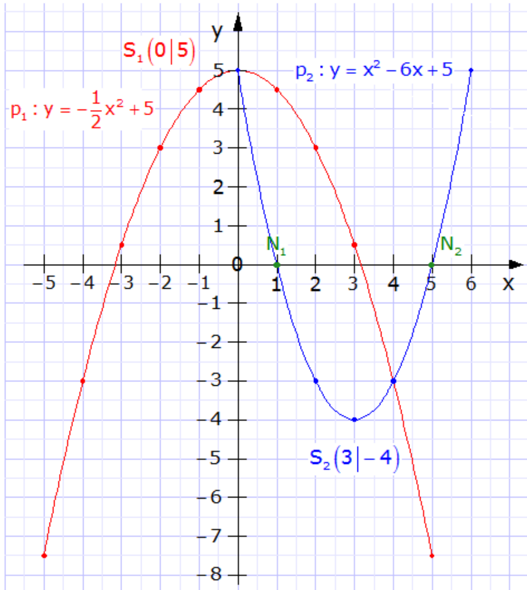
$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 - 5}$

$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{4}$

$x_{1,2} = 3 \pm 2$

$x_1 = 3 + 2 = 5 \Rightarrow \underline{N_2(5|0)}$

$x_2 = 3 - 2 = 1 \Rightarrow \underline{N_1(1|0)}$

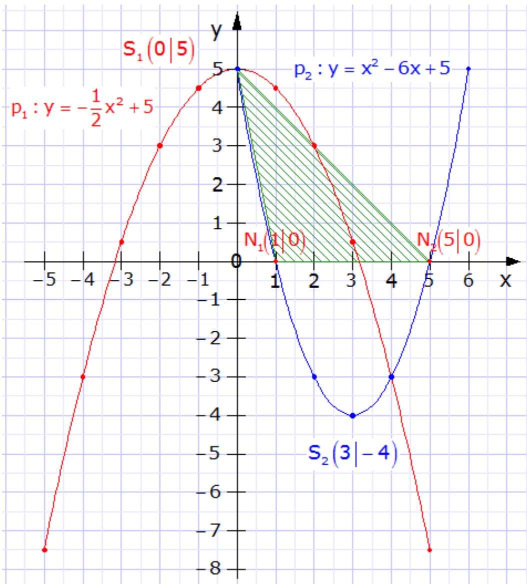


4. Berechnung des Flächeninhalts $A_{N_1N_2S_1}$:

$A_{N_1N_2S_1} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$ Flächenformel allgemeines Dreieck

$A_{N_1N_2S_1} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5$

$\underline{\underline{A_{N_1N_2S_1} = 10\,\mathrm{FE}}}$



Lösung 2013 W3b:

5. Berechnung der Koordinaten der beiden Schnittpunkte P und Q der beiden Parabeln p_1 und p_2:

$$\mathrm{I}: y = -\frac{1}{2}x^2 + 5 \qquad \text{Funktionsgleichung der Parabel } p_1$$
$$\mathrm{II}: y = x^2 - 6x + 5 \qquad \text{Funktionsgleichung der Parabel } p_2$$

$$\mathrm{II} = \mathrm{I}: x^2 - 6x + 5 = -\frac{1}{2}x^2 + 5 \quad \left| +\frac{1}{2}x^2 - 5\right.$$

$1{,}5x^2 - 6x = 0$ gemeinsamen Faktor x ausklammern

$x(1{,}5x - 6) = 0$

$x_1 = 0 \vee 1{,}5x_2 - 6 = 0$ einer der beiden Faktoren muss 0 sein

$\underline{x_1 = 0}$

$1{,}5x_2 - 6 = 0 \quad |+6$

$1{,}5x_2 = 6 \quad |:1{,}5$

$\underline{x_2 = 4}$

$\mathrm{I}: y_1 = -\frac{1}{2}0^2 + 5$ $x_1 = 0$ in I einsetzen

$y_1 = 0 + 5$

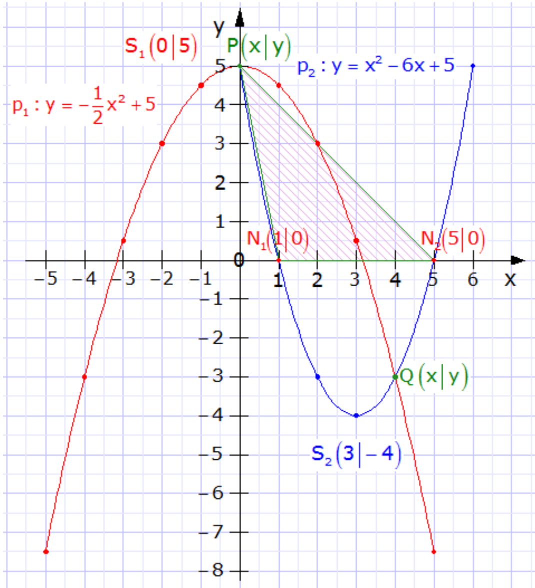
$\underline{y_1 = 0} \Rightarrow \underline{P(0|5)}$

$\mathrm{I}: y_2 = -\frac{1}{2}4^2 + 5$ $x_2 = 4$ in I einsetzen

$y_2 = -\frac{1}{2} \cdot 16 + 5$

$y_2 = -8 + 5$

$\underline{y_2 = -3} \Rightarrow \underline{Q(4|-3)}$



6. Bestimmung der Funktionsgleichung der Geraden g:

$g: y = m \cdot x + b$ Allgemeine Geradengleichung

$$\mathrm{I}: 5 = m \cdot 0 + b$$
$$\mathrm{II}: -3 = m \cdot 4 + b$$

Koordinaten der Punkte $P(0|5)$ und $Q(4|-3)$ in die Geradengleichung einsetzen

$\mathrm{I}: 5 = m \cdot 0 + b$

$\mathrm{I}: 5 = 0 + b$

$\mathrm{I}: \underline{b = 5}$

$\mathrm{II}: -3 = m \cdot 4 + 5$ b = 5 in II einsetzen

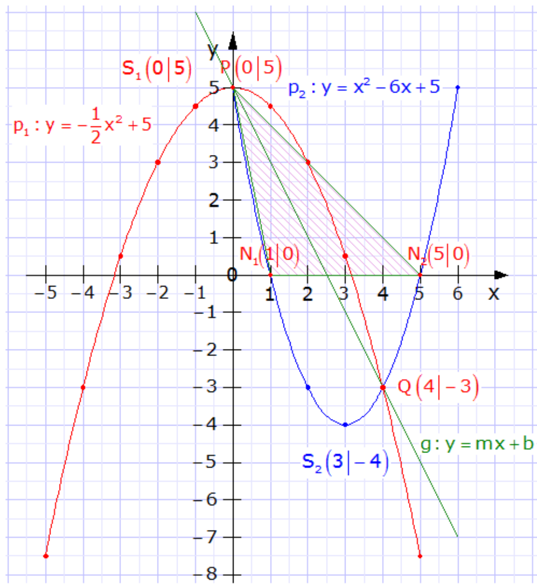
$\mathrm{II}: -3 = 4m + 5$ Seiten tauschen

$\mathrm{II}: 4m + 5 = -3 \quad |-5$

$\mathrm{II}: 4m = -8 \quad |:4$

$\mathrm{II}: \underline{m = -2}$

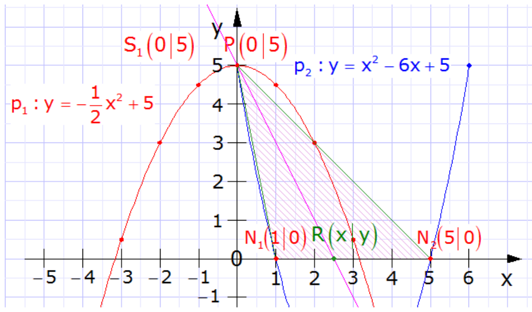
$g: \underline{y = -2x + 5}$



Lösung 2013 W3b:

7. Berechnung der Koordinaten des Schnittpunktes R:

$$\begin{array}{l|l} \mathrm{I}: y = -2x+5 & \text{Funktionsgleichung der Geraden g} \\ \mathrm{II}: y = 0 & \text{Funktionsgleichung der x – Achse} \end{array}$$



$\mathrm{I} = \mathrm{II}: -2x + 5 = 0 \quad | -5$

$-2x = -5 \quad |:(-2)$

$\underline{x = 2,5}$

$\underline{R(2,5|0)}$

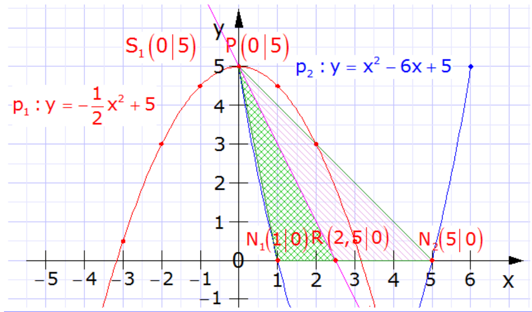
8. Berechnung des Flächeninhalts $A_{N_1RS_1}$:

$A_{N_1RS_1} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$ Flächenformel allgemeines Dreieck

$A_{N_1RS_1} = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 5$

$\underline{A_{N_1RS_1} = 3,75 FE}$

$\underline{\underline{A_{N_1RS_1} \neq \frac{1}{2} A_{N_1N_2S_1}}}$



Antwort: Die Gerade g halbiert nicht das Dreieck $N_1N_2S_1$.