

Wahlaufgaben

Aufgabe 2012 W2b:

5 P

Gegeben ist eine quadratische Pyramide.

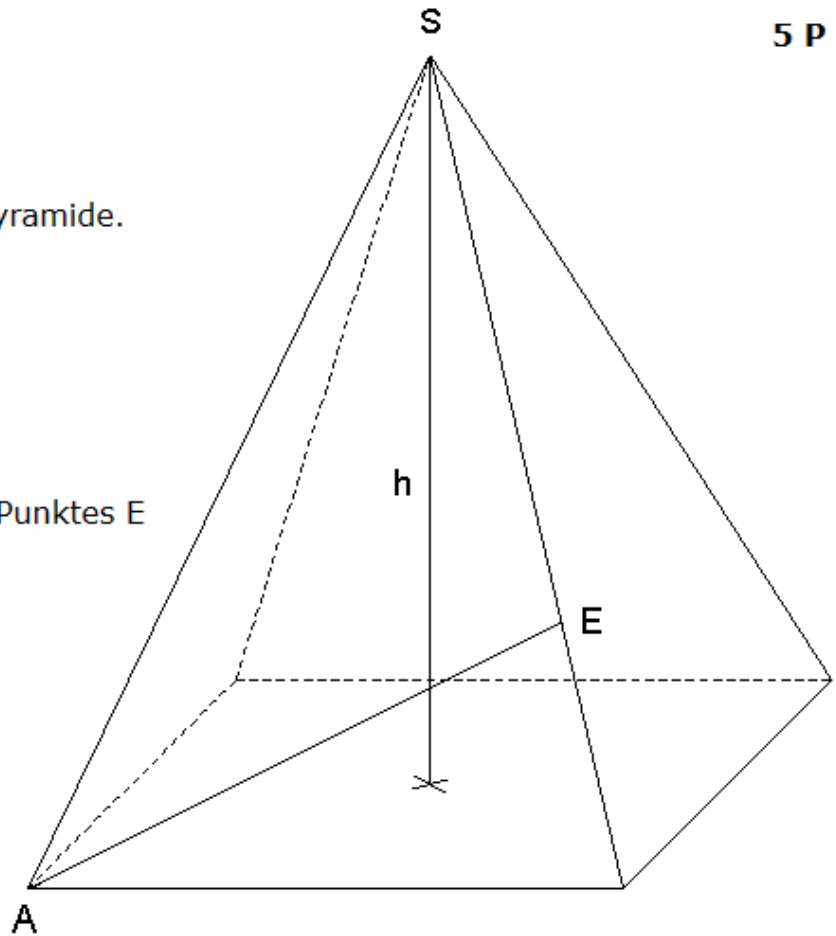
Es gilt:

$$V = 400 \text{ cm}^3$$

$$h = 12,0 \text{ cm}$$

$$\overline{AE} = \overline{ES}$$

Berechnen Sie den Abstand des Punktes E von der Grundfläche.



Strategie 2012 W2b:

Gegeben:

Quadratische Pyramide

$$V_{\text{Pyr}} = 400 \text{ cm}^3$$

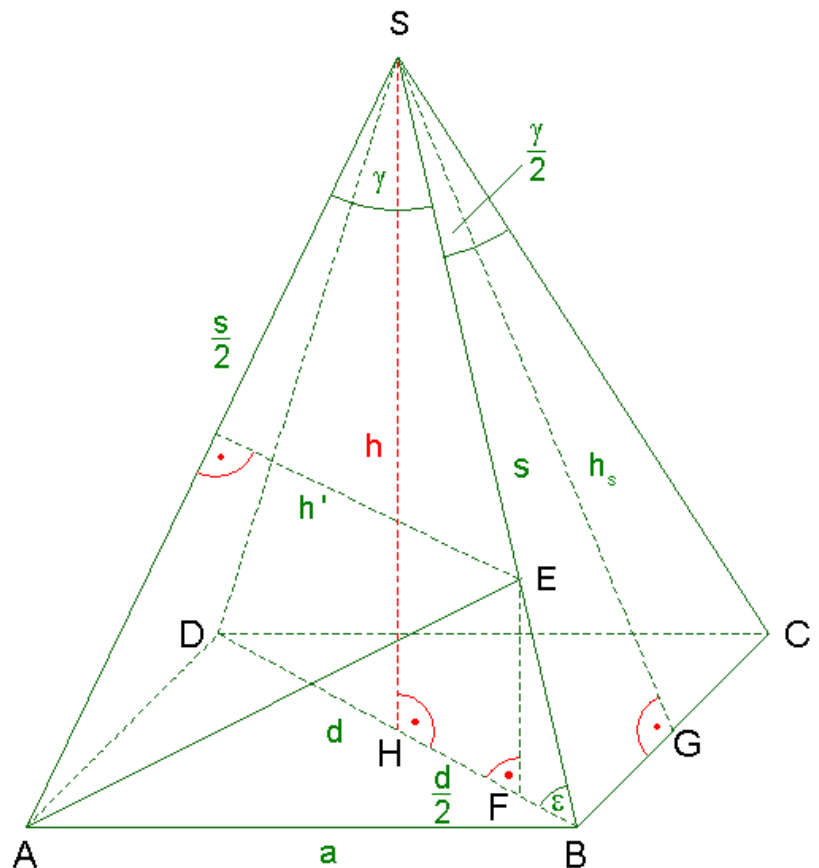
$$h = 12,0 \text{ cm}$$

$$\overline{AE} = \overline{ES}$$

Gesucht:

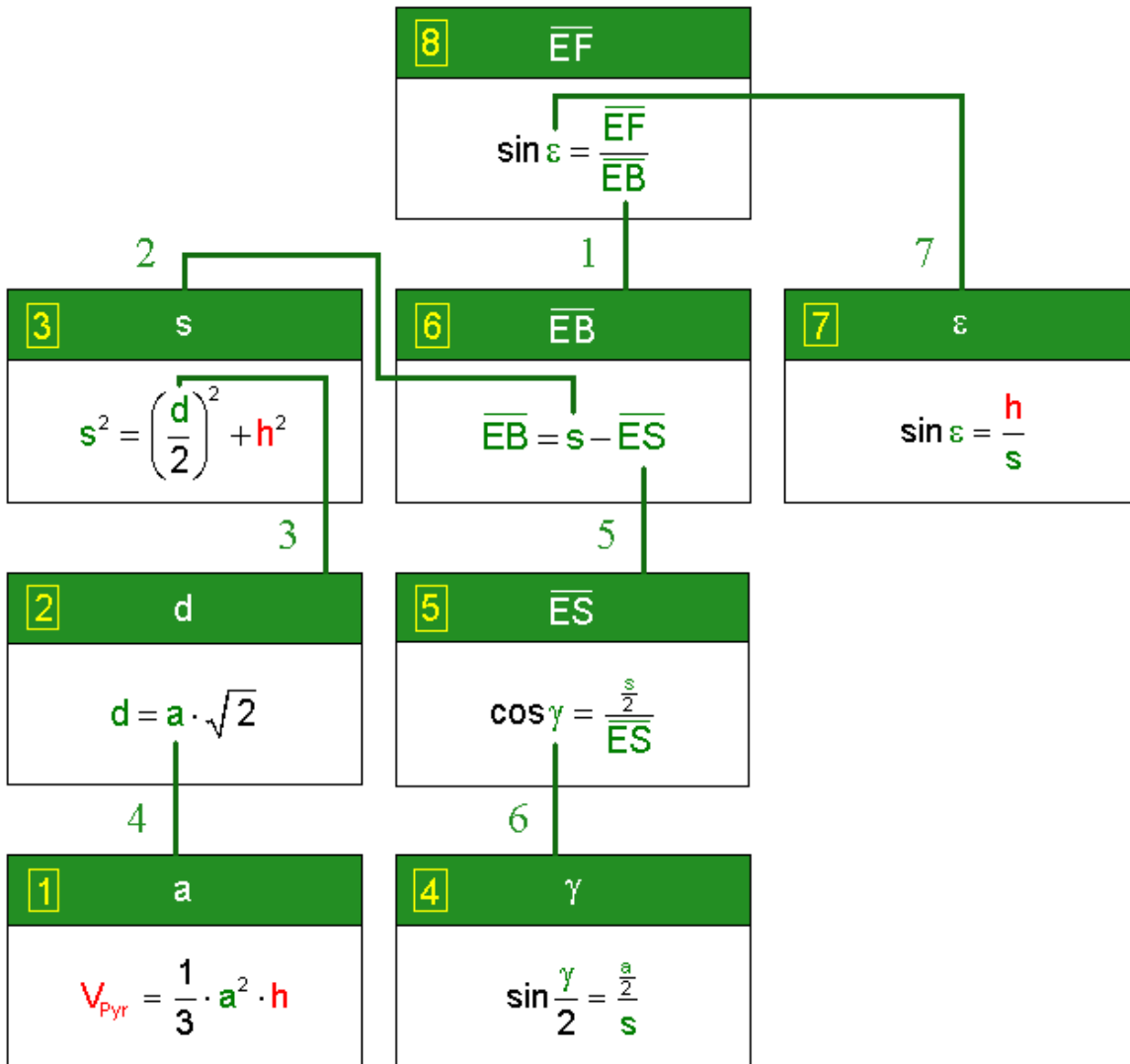
\overline{EF}

Skizze:



Strategie 2012 W2b:

Struktogramm:



Lösung 2012 W2b:

1. Berechnung der Pyramiden-Grundkante a:

$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$ Volumenformel quadratische Pyramide

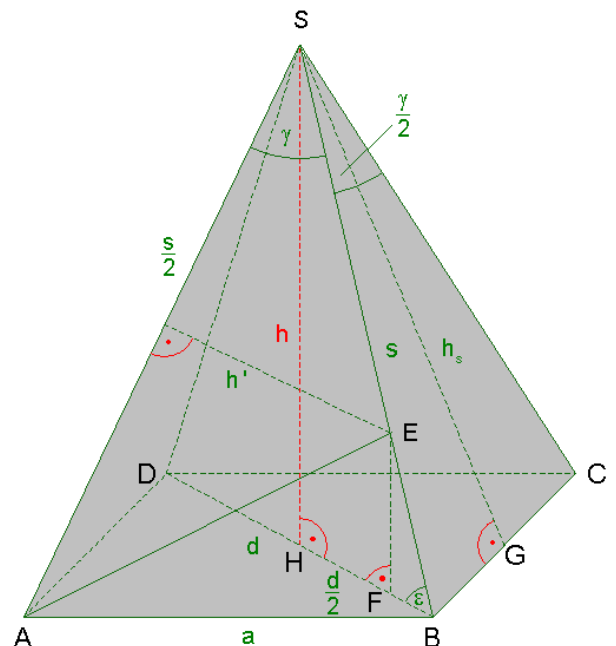
$400 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 12$ Seiten tauschen

$\frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 12 = 400 \quad | \cdot 3$

$a^2 \cdot 12 = 1200 \quad | : 12$

$a^2 = 100 \quad | \sqrt{\quad}$

$a = 10 \text{ cm}$



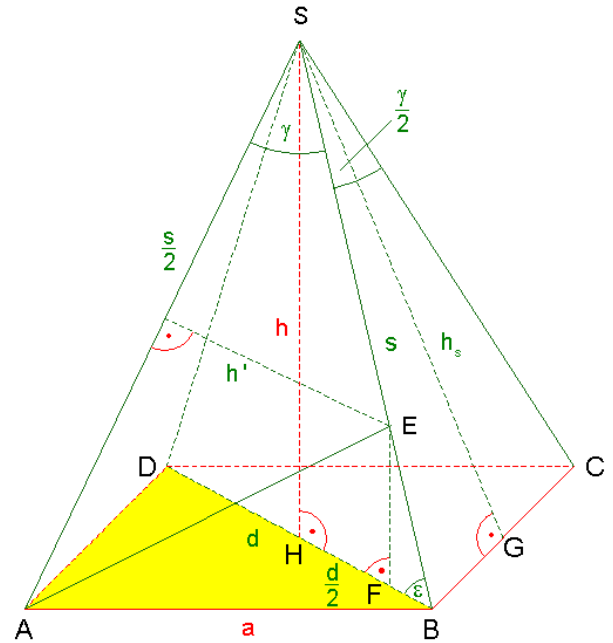
Lösung 2012 W2b:

2. Berechnung der Grundseiten-Diagonalen d:

$d = a \cdot \sqrt{2}$ Formel der Diagonalen eines Quadrates

$d = 10 \cdot \sqrt{2}$

$d = 14,14 \text{ cm}$



3. Berechnung der Pyramiden-Seitenkante s:

$s^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2$ Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Dreieck BSH

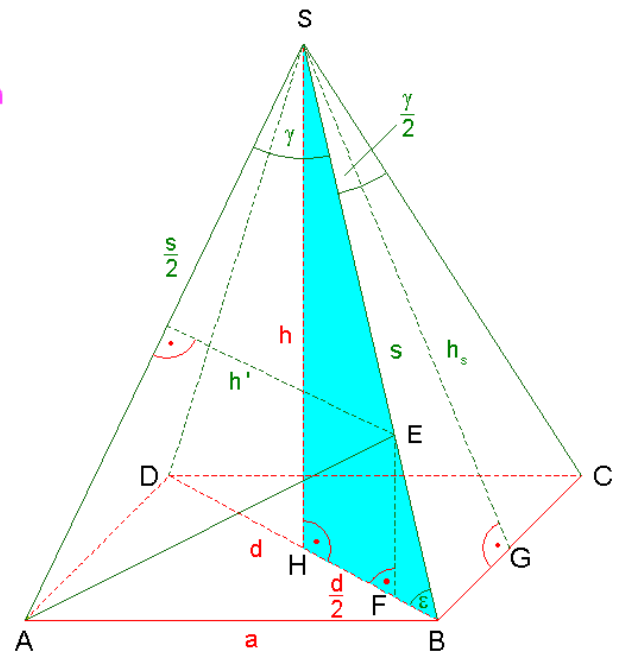
$s^2 = \left(\frac{14,14}{2}\right)^2 + 12^2$

$s^2 = 7,07^2 + 12^2$

$s^2 = 49,98 + 144$

$s^2 = 193,98$ $\sqrt{\quad}$

$s = 13,93 \text{ cm}$



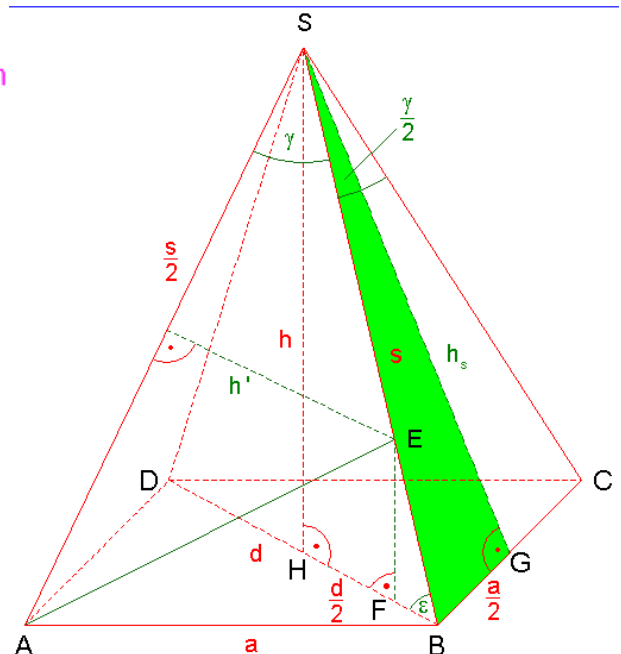
4. Berechnung des Winkels γ :

$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{s}$ Sinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck BGS

$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{10}{13,93}$

$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{5}{13,93}$

$\sin \frac{\gamma}{2} = 0,3589$



Lösung 2012 W2b:

$$\frac{\gamma}{2} = 21,03^\circ \quad | \cdot 2$$

$$\underline{\gamma = 42,06^\circ}$$

5. Berechnung der Strecke \overline{ES} :

$$\cos \gamma = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{s}{\overline{ES}} \quad \begin{array}{l} \text{Kosinusfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{hellgrauen} \\ \text{Teildreieck} \end{array}$$

$$\cos 42,06^\circ = \frac{13,93}{\overline{ES}}$$

$$0,7424 = \frac{6,965}{\overline{ES}} \quad | \cdot \overline{ES}$$

$$0,7424 \cdot \overline{ES} = 6,965 \quad | : 0,7424$$

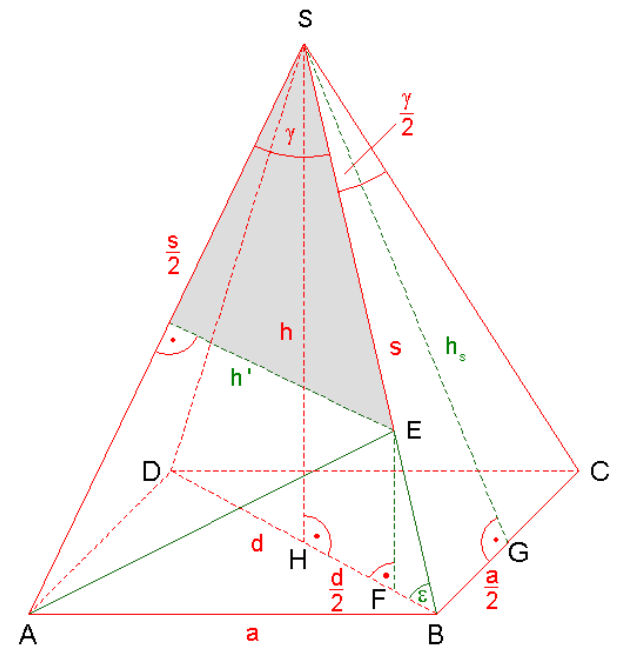
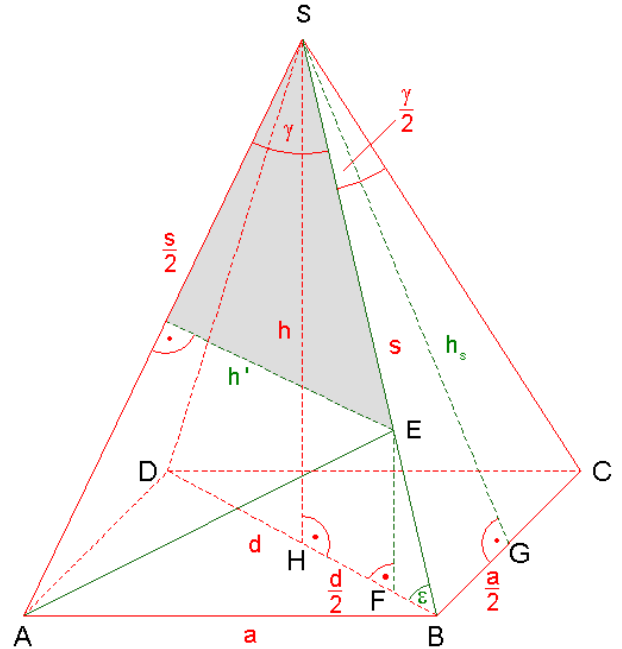
$$\underline{\overline{ES} = 9,38 \text{ cm}}$$

6. Berechnung der Strecke \overline{EB} :

$$\overline{EB} = s - \overline{ES}$$

$$\overline{EB} = 13,93 - 9,38$$

$$\underline{\overline{EB} = 4,55 \text{ cm}}$$



Lösung 2012 W2b:

7. Berechnung des Winkels ε :

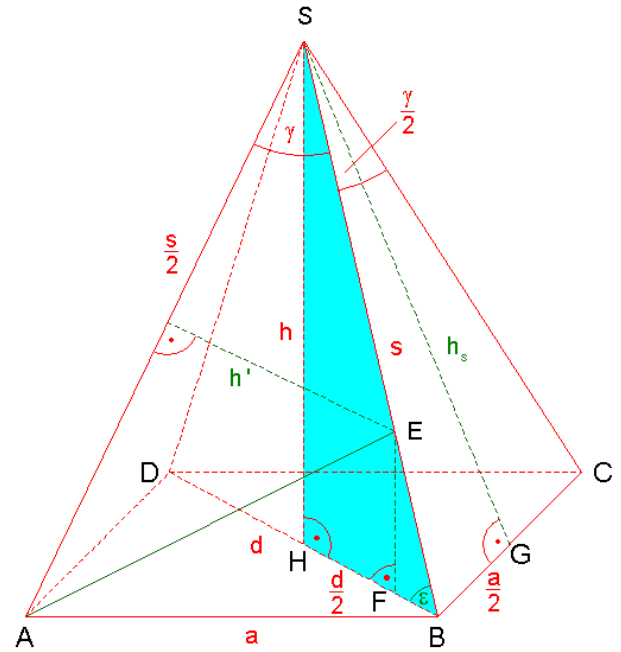
$$\sin \varepsilon = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h}{s}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck BSH

$$\sin \varepsilon = \frac{12}{13,93}$$

$$\sin \varepsilon = 0,8615$$

$$\varepsilon = 59,48^\circ$$



8. Berechnung der Strecke \overline{EF} :

$$\sin \varepsilon = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{EB}}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen magentafarbenen Teildreieck BEF

$$\sin 59,48^\circ = \frac{\overline{EF}}{4,55}$$

$$0,8615 = \frac{\overline{EF}}{4,55}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\overline{EF}}{4,55} = 0,8615$$

$\cdot 4,55$

$$\underline{\underline{\overline{EF} = 3,92 \text{ cm}}}$$

