

Wahlaufgaben

Aufgabe 2012 W2a:

5 P

Ein oben offener Zylinder ist bis zum Rand mit Wasser gefüllt.

Ein Kegel wird in das Wasser getaucht.
Er steckt dann bis zu seiner halben Höhe im Zylinder (siehe Achsenschnitt).

Bei diesem Vorgang laufen 210 cm^3 Wasser aus.

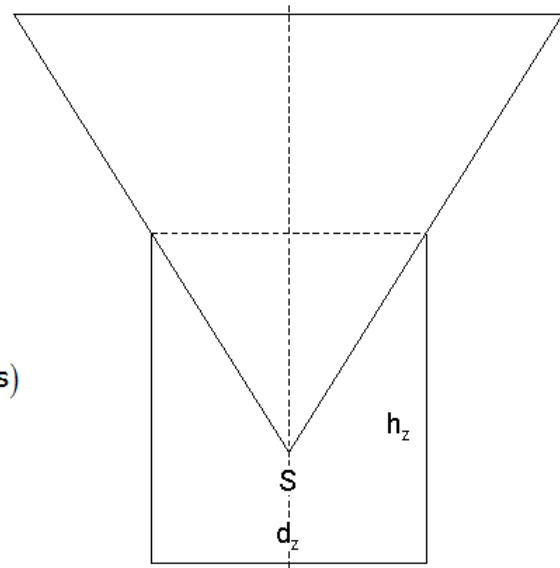
Es gilt:

$$d_z = 10,0 \text{ cm (Innendurchmesser des Zylinders)}$$

$$h_z = 12,0 \text{ cm (Höhe des Zylinders)}$$

Berechnen Sie den Abstand der Kegelspitze S zur Grundfläche des Zylinders.

Wie viel Prozent des Kegelmantels stehen im Wasser?



Strategie 2012 W2a:

Gegeben:

$$d_z = 10 \text{ cm}$$

$$h_z = 12 \text{ cm}$$

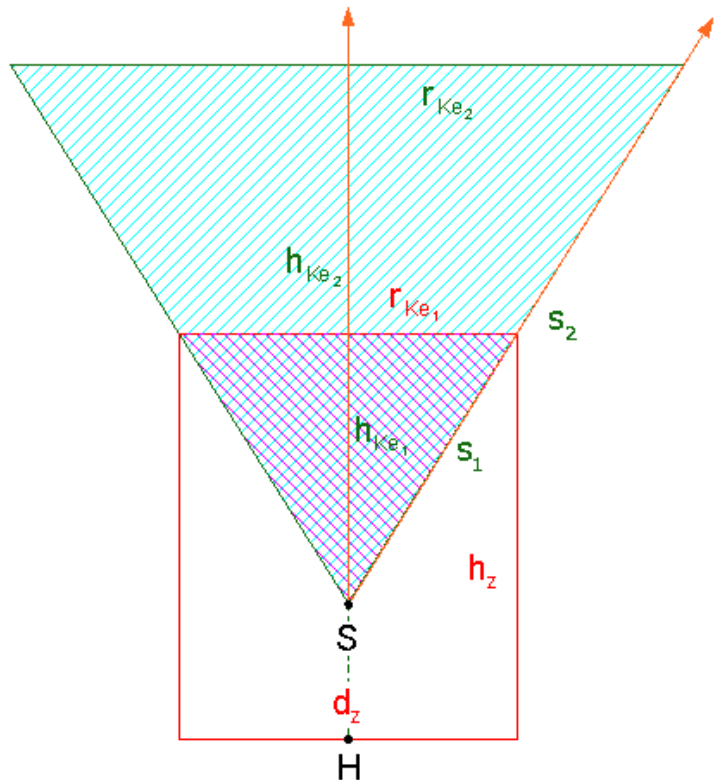
$$V_{Ke_1} = 210 \text{ cm}^3$$

Gesucht:

$$\overline{HS}$$

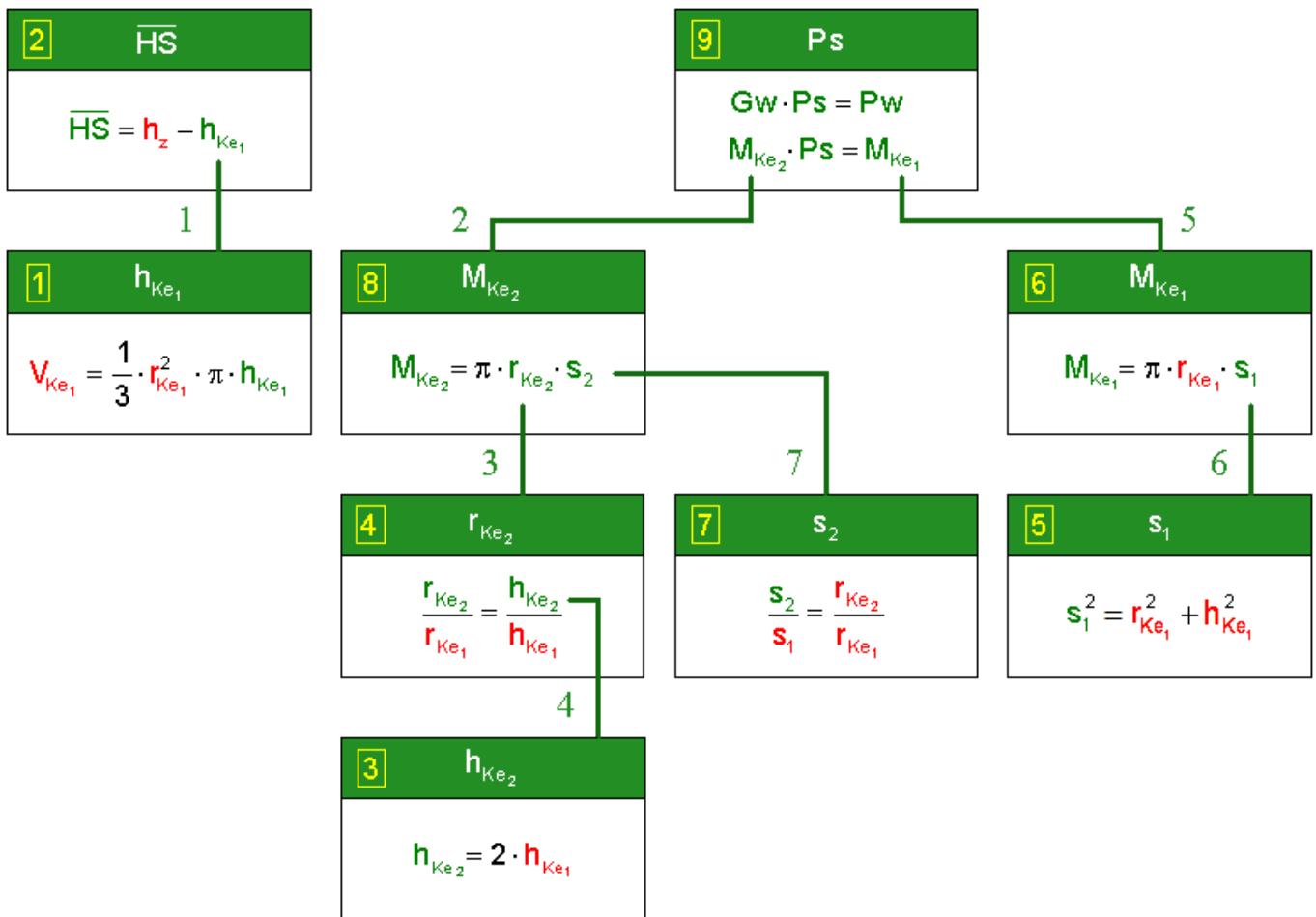
$$P_s$$

Skizze:



Strategie 2012 W2a:

Struktogramm:



Lösung 2012 W2a:

1. Berechnung der Kegelhöhe h_{Ke_1} :

$$V_{Ke_1} = \frac{1}{3} \cdot r_{Ke_1}^2 \cdot \pi \cdot h_{Ke_1}$$

Volumensformel Kegel

$$210 = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot \pi \cdot h_{Ke_1}$$

$$r_{Ke_1} = \frac{d_z}{2}$$

$$210 = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot \pi \cdot h_{Ke_1}$$

Zusammenfassen

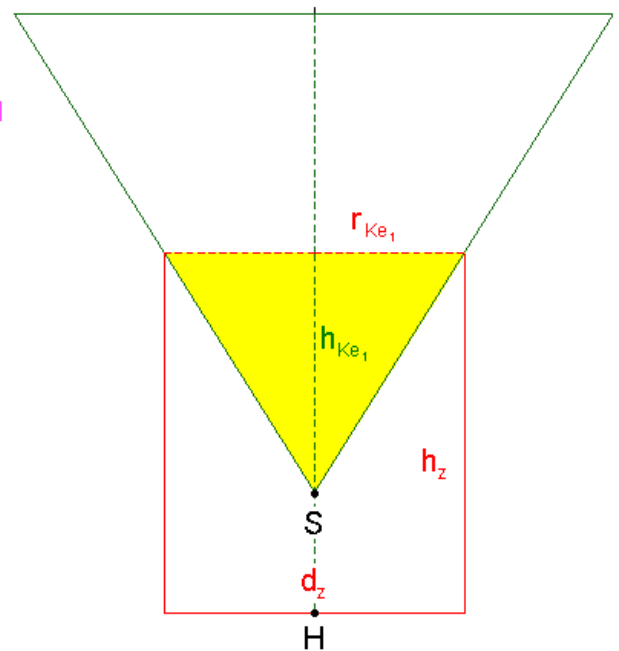
$$210 = 26,18 \cdot h_{Ke_1}$$

Seiten tauschen

$$26,18 \cdot h_{Ke_1} = 210$$

$$| : 26,18$$

$$\underline{h_{Ke_1} = 8 \text{ cm}}$$



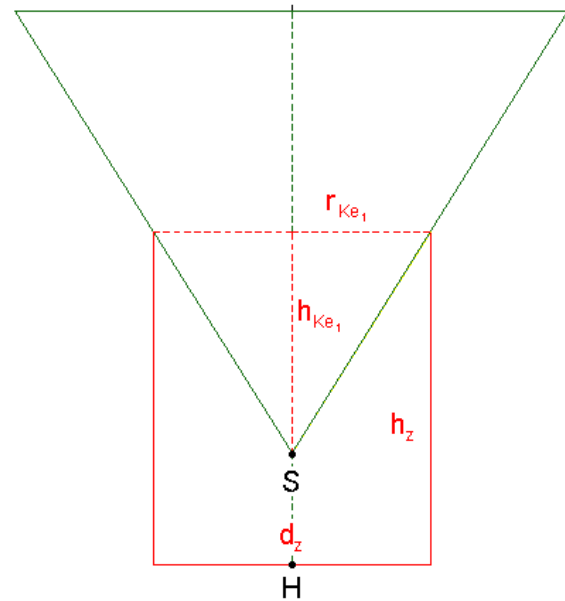
Lösung 2012 W2a:

2. Berechnung der Strecke \overline{HS} :

$$\overline{HS} = h_z - h_{Ke_1}$$

$$\overline{HS} = 12 - 8$$

$$\underline{\underline{\overline{HS} = 4 \text{ cm}}}$$

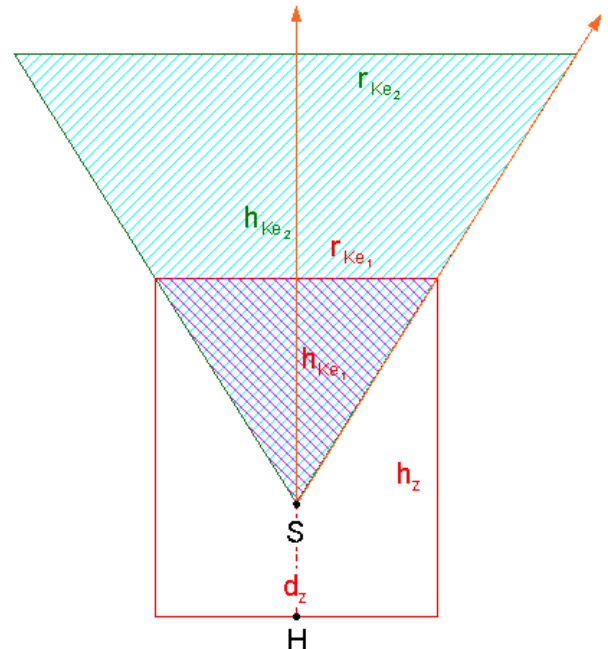


3. Berechnung der Kegelhöhe h_{Ke_2} :

$$h_{Ke_2} = 2 \cdot h_{Ke_1} \quad \text{siehe Aufgabenstellung}$$

$$h_{Ke_2} = 2 \cdot 8$$

$$\underline{\underline{h_{Ke_2} = 16 \text{ cm}}}$$



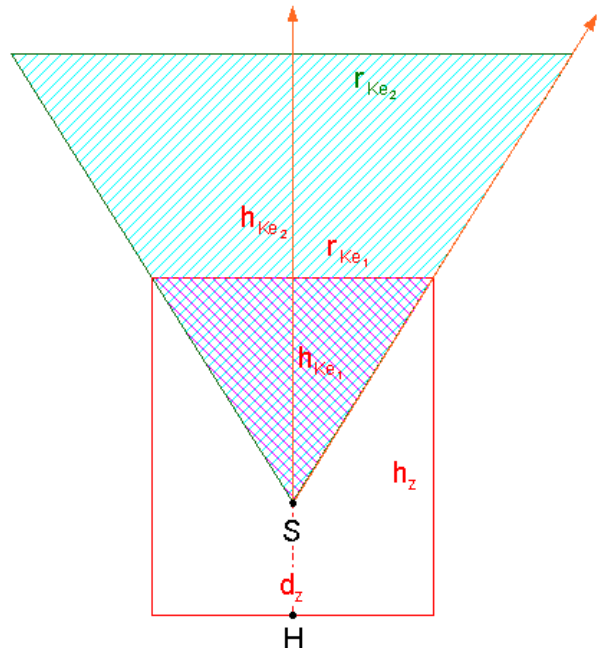
4. Berechnung des Kegelradius r_{Ke_2} :

$$\frac{r_{Ke_2}}{r_{Ke_1}} = \frac{h_{Ke_2}}{h_{Ke_1}} \quad \text{2. Strahlensatz}$$

$$\frac{r_{Ke_2}}{5} = \frac{16}{8}$$

$$\frac{r_{Ke_2}}{5} = 2 \quad | \cdot 5$$

$$\underline{\underline{r_{Ke_2} = 10 \text{ cm}}}$$



Lösung 2012 W2a:

5. Berechnung der Kegelmantellinie s_1 :

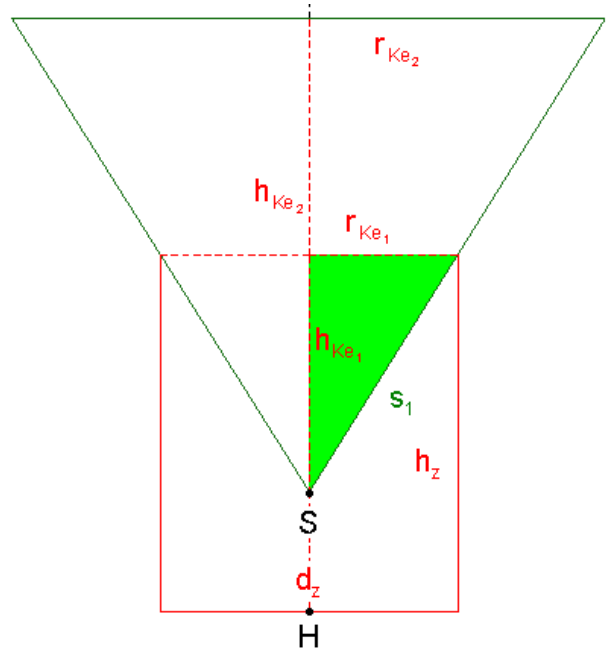
$$s_1^2 = r_{Ke_1}^2 + h_{Ke_1}^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck}$$

$$s_1^2 = 5^2 + 8^2$$

$$s_1^2 = 25 + 64$$

$$s_1^2 = 89 \quad |\sqrt{\quad}$$

$$\underline{s_1 = 9,43 \text{ cm}}$$

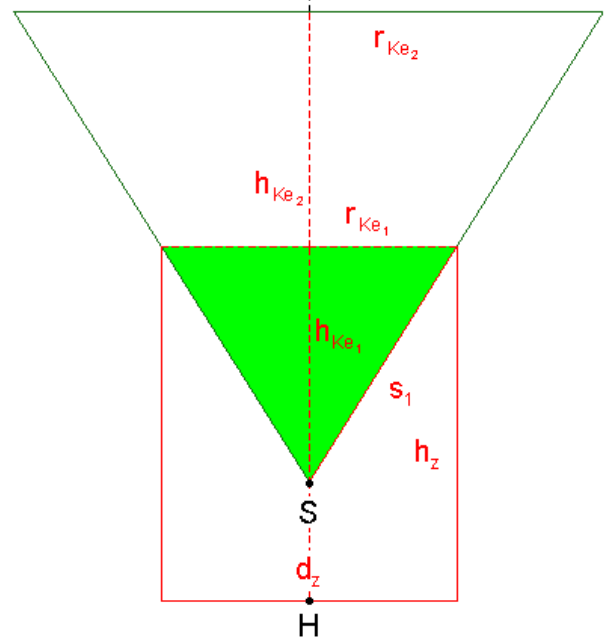


6. Berechnung des Kegelmantels M_{Ke_1} :

$$M_{Ke_1} = \pi \cdot r_{Ke_1} \cdot s_1 \quad \text{Formel Kegelmantel}$$

$$M_{Ke_1} = \pi \cdot 5 \cdot 9,43$$

$$\underline{M_{Ke_1} = 148,19 \text{ cm}^2}$$



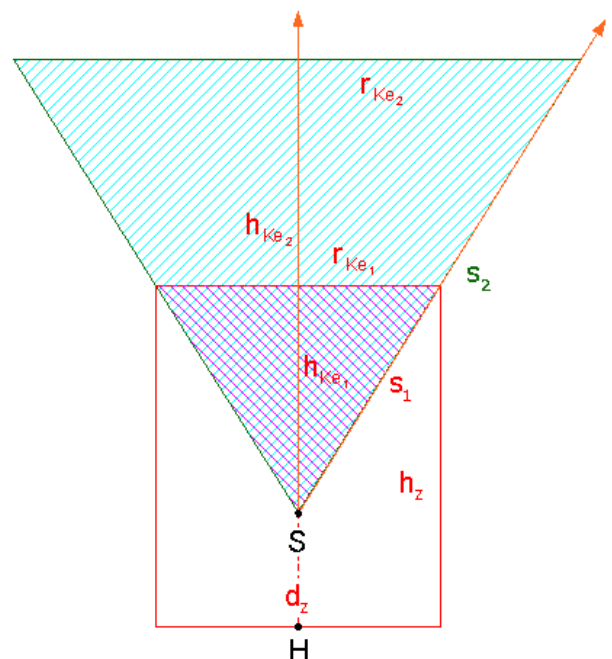
7. Berechnung der Kegelmantellinie s_2 :

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{r_{Ke_2}}{r_{Ke_1}} \quad \text{2. Strahlensatz}$$

$$\frac{s_2}{9,43} = \frac{10}{5}$$

$$\frac{s_2}{9,43} = 2 \quad |\cdot 9,43$$

$$\underline{s_2 = 18,86 \text{ cm}}$$



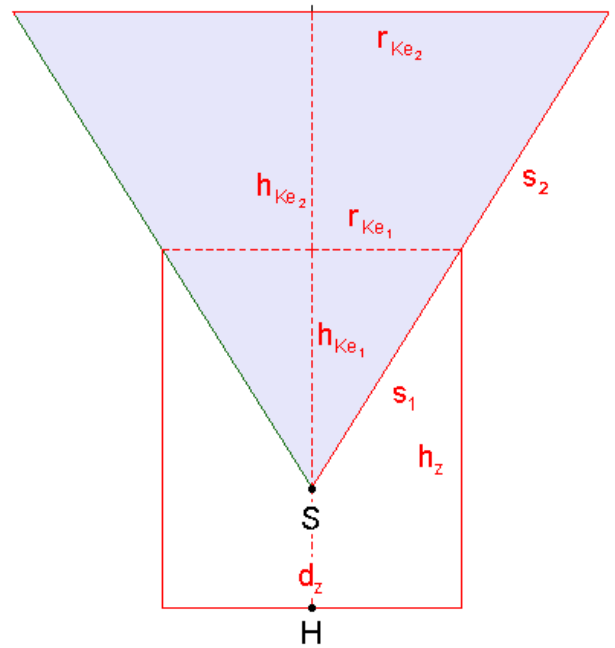
Lösung 2012 W2a:

8. Berechnung des Kegelmantels M_{Ke_2} :

$$M_{Ke_2} = \pi \cdot r_{Ke_2} \cdot s_2 \quad \text{Formel Kegelmantel}$$

$$M_{Ke_2} = \pi \cdot 10 \cdot 18,86$$

$$\underline{M_{Ke_2} = 592,5 \text{ cm}^2}$$



9. Berechnung des prozentualen Anteils P_s :

$$G_w \cdot P_s = P_w$$

$$592,5 \cdot P_s = 148,19 \quad | : 592,5$$

$$P_s = 0,25$$

$$P_s = \frac{25}{100}$$

$$\underline{P_s = 25\%}$$

Antwort: 25% des Kegelmantels stehen im Wasser.