

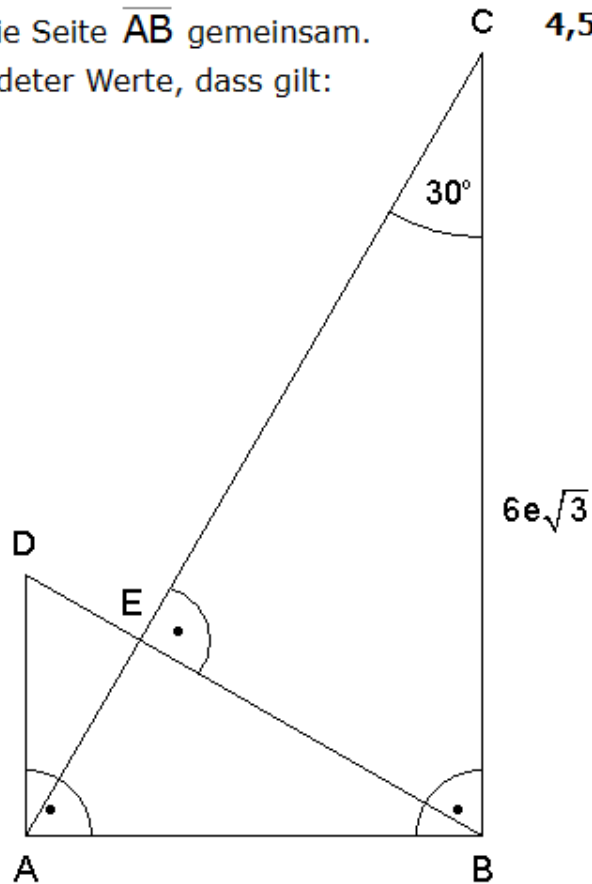
Wahlaufgaben

Aufgabe 2012 W1b:

Die Dreiecke ABC und ABD haben die Seite \overline{AB} gemeinsam.
Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass gilt:

$$\overline{CD} = 2e\sqrt{21}$$

4,5 P



Strategie 2012 W1b:

Gegeben:

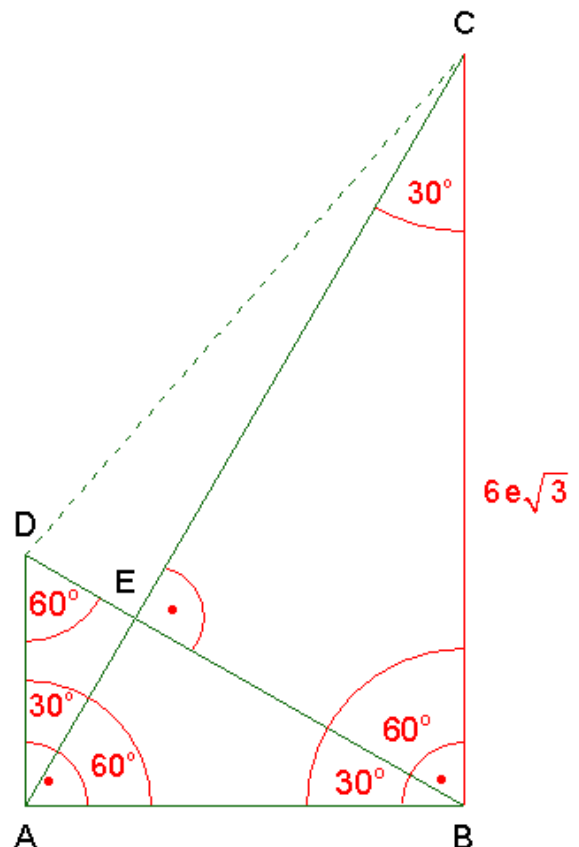
$$\overline{BC} = 6e\sqrt{3}$$

$$\angle BCE = 30^\circ$$

Gesucht:

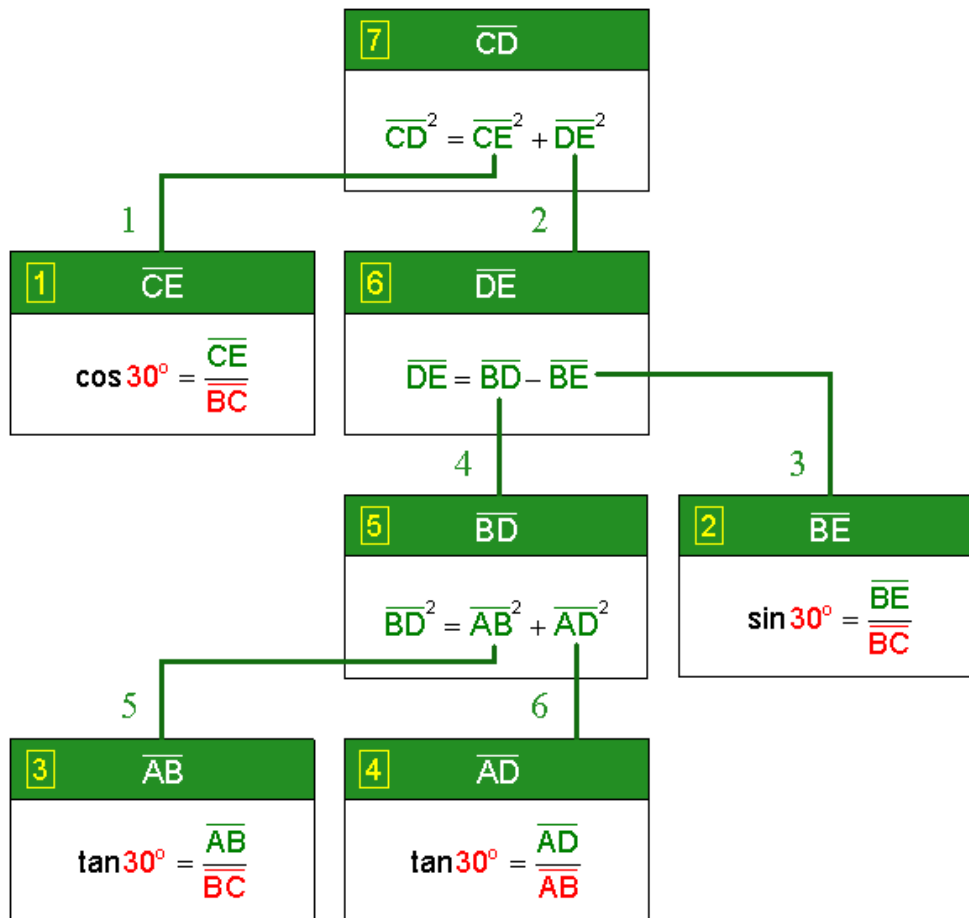
$$\overline{CD} = 2e\sqrt{21}$$

Skizze:



Strategie 2012 W1b:

Struktogramm:



Lösung 2012 W1b:

1. Berechnung der Strecke \overline{CE} :

$\cos 30^\circ = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}}$ Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck BCE

$\cos 30^\circ = \frac{\overline{CE}}{6e\sqrt{3}}$ $\cos 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{\overline{CE}}{6e\sqrt{3}}$ Seiten tauschen

$\frac{\overline{CE}}{6e\sqrt{3}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\cdot 6e\sqrt{3}$

$\overline{CE} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot 6e\sqrt{3}$ Plätze tauschen

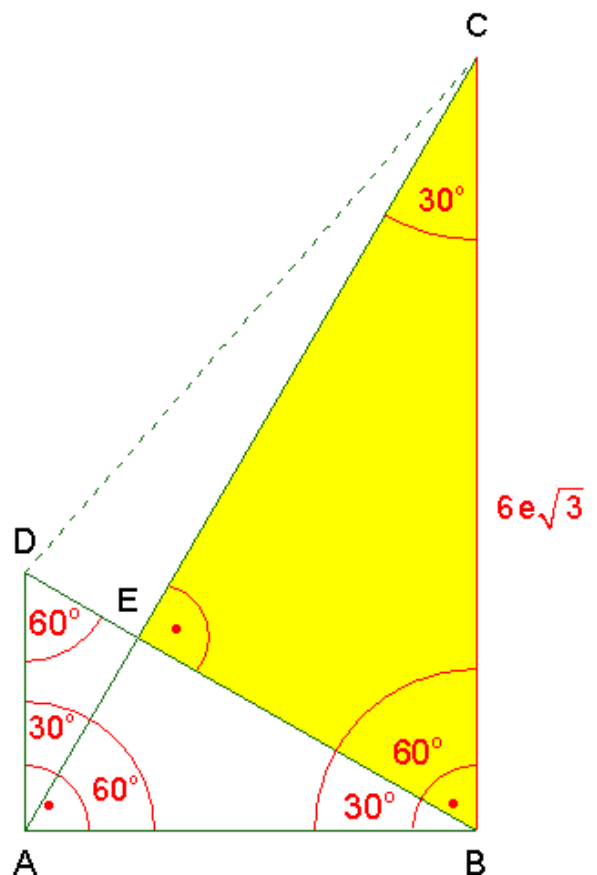
$\overline{CE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot e\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ Zusammenfassen

$\overline{CE} = 3 \cdot e\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ Zusammenfassen

$\overline{CE} = 3 \cdot e \cdot 3$ Plätze tauschen

$\overline{CE} = 3 \cdot 3 \cdot e$ Zusammenfassen

$\overline{CE} = 9e$



Lösung 2012 W1b:

2. Berechnung der Strecke \overline{BE} :

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{BC}}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Dreieck BCE

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{BE}}{6e\sqrt{3}} \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\overline{BE}}{6e\sqrt{3}}$$

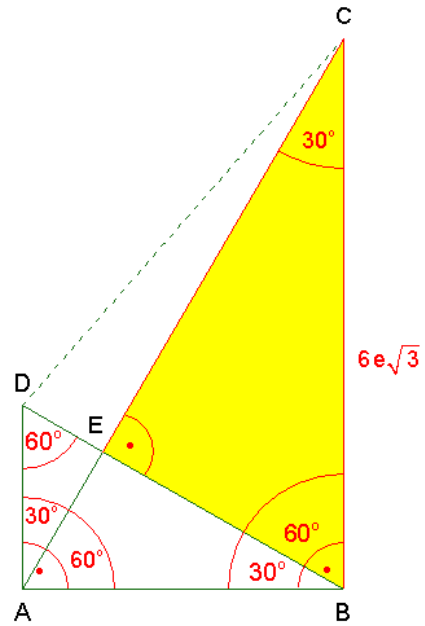
Seiten tauschen

$$\frac{\overline{BE}}{6e\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \quad | \cdot 6e\sqrt{3}$$

$$\overline{BE} = \frac{1}{2} \cdot 6e\sqrt{3}$$

Zusammenfassen

$$\overline{BE} = 3e\sqrt{3}$$



3. Berechnung der Strecke \overline{AB} :

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Dreieck ABC

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{AB}}{6e\sqrt{3}} \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{\overline{AB}}{6e\sqrt{3}}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\overline{AB}}{6e\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad | \cdot 6e\sqrt{3}$$

$$\overline{AB} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \cdot 6e\sqrt{3}$$

Plätze tauschen

$$\overline{AB} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot e \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

Zusammenfassen

$$\overline{AB} = 2 \cdot e \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

Zusammenfassen

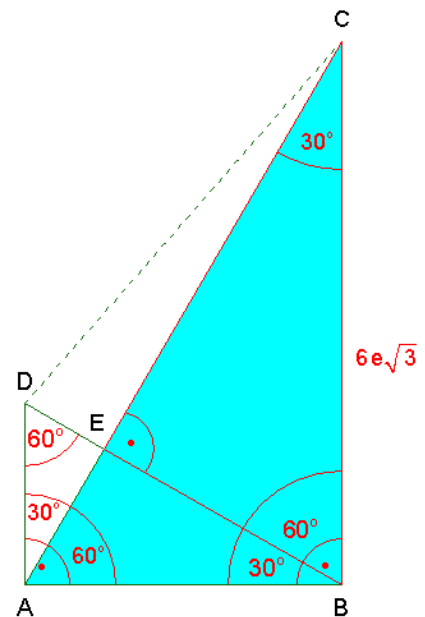
$$\overline{AB} = 2 \cdot e \cdot 3$$

Plätze tauschen

$$\overline{AB} = 2 \cdot 3 \cdot e$$

Zusammenfassen

$$\overline{AB} = 6e$$



Lösung 2012 W1b:

4. Berechnung der Strecke \overline{AD} :

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen grünen Dreieck ABD

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{6e} \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{\overline{AD}}{6e}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\overline{AD}}{6e} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad | \cdot 6e$$

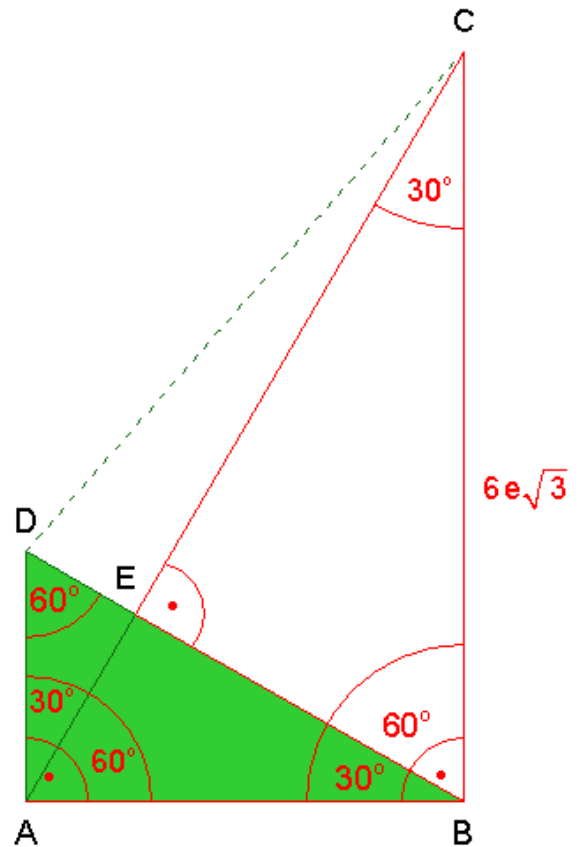
$$\overline{AD} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \cdot 6e$$

Plätze tauschen

$$\overline{AD} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot e \cdot \sqrt{3}$$

Zusammenfassen

$$\overline{AD} = 2e\sqrt{3}$$



5. Berechnung der Strecke \overline{BD} :

$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen grünen Dreieck ABD

$$\overline{BD}^2 = (6e)^2 + (2e\sqrt{3})^2$$

$$\overline{BD}^2 = 6e \cdot 6e + 2e\sqrt{3} \cdot 2e\sqrt{3}$$

Plätze tauschen

$$\overline{BD}^2 = 6 \cdot 6 \cdot e \cdot e + 2 \cdot 2 \cdot e \cdot e \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

Zusammenfassen

$$\overline{BD}^2 = 36e^2 + 2 \cdot 2 \cdot e \cdot e \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

Zusammenfassen

$$\overline{BD}^2 = 36e^2 + 4 \cdot 3e^2$$

Zusammenfassen

$$\overline{BD}^2 = 36e^2 + 12e^2$$

$$\overline{BD}^2 = 48e^2$$

$$\overline{BD}^2 = 3 \cdot 16 \cdot e^2$$

$$\overline{BD} = \sqrt{3 \cdot 16 \cdot e^2}$$

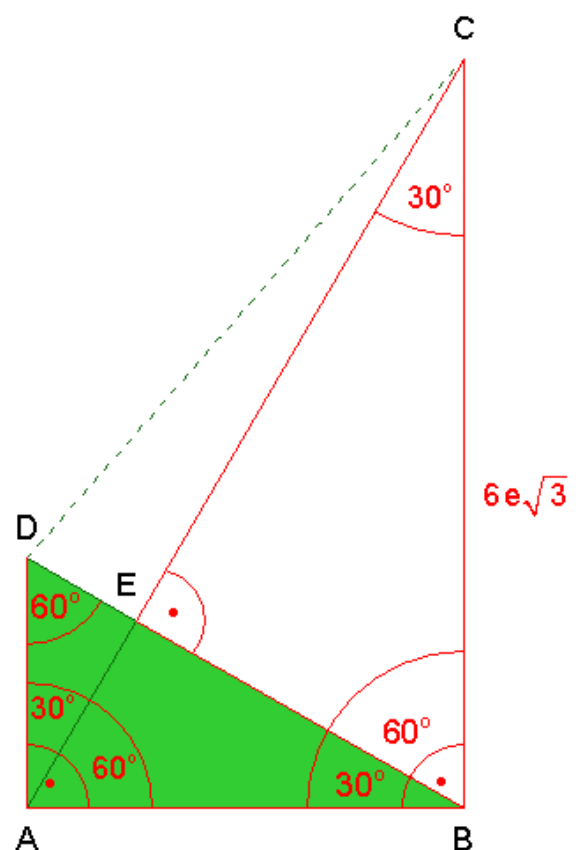
$$\overline{BD} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{3} \cdot 4 \cdot e$$

$$\overline{BD} = 4e\sqrt{3}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Plätze tauschen



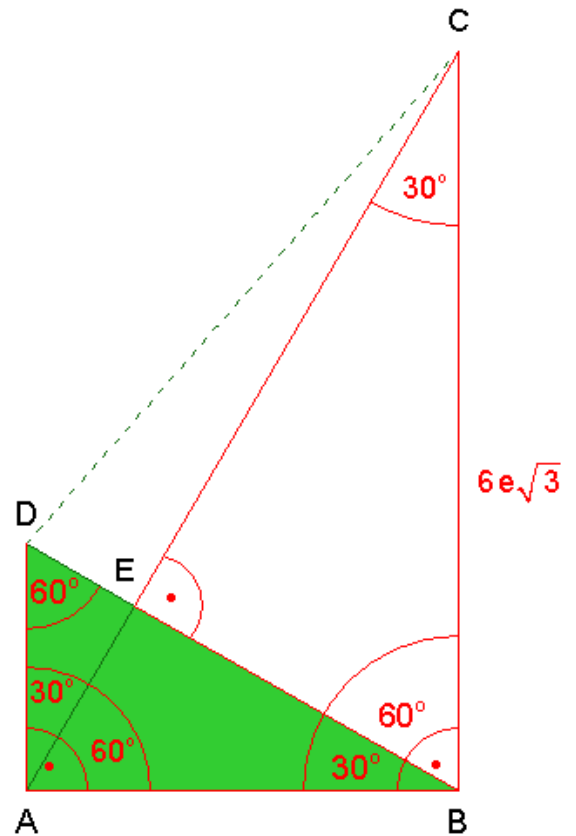
Lösung 2012 W1b:

6. Berechnung der Strecke \overline{DE} :

$$\overline{DE} = \overline{BD} - \overline{BE}$$

$$\overline{DE} = 4e\sqrt{3} - 3e\sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{\overline{DE} = e\sqrt{3}}}$$



7. Berechnung der Strecke \overline{CD} :

$$\overline{CD}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{DE}^2$$

$$\overline{CD}^2 = (9e)^2 + (e\sqrt{3})^2$$

$$\overline{CD}^2 = 9e \cdot 9e + e\sqrt{3} \cdot e\sqrt{3}$$

$$\overline{CD}^2 = 9 \cdot 9 \cdot e \cdot e + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot e \cdot e$$

$$\overline{CD}^2 = 81e^2 + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot e \cdot e$$

$$\overline{CD}^2 = 81e^2 + 3e^2$$

$$\overline{CD}^2 = 84e^2$$

$$\overline{CD} = \sqrt{84e^2}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{4 \cdot 21 \cdot e^2}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$\overline{CD} = 2\sqrt{21}e$$

$$\underline{\underline{\overline{CD} = 2e\sqrt{21}}}$$

Pythagoras im rechtwinkligen orangefarbenen Teildreieck CDE

Plätze tauschen

Zusammenfassen

Zusammenfassen

$|\sqrt{\quad}$

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Plätze tauschen

