Pflichtaufgaben

Aufgabe 2012 P2:

4 P

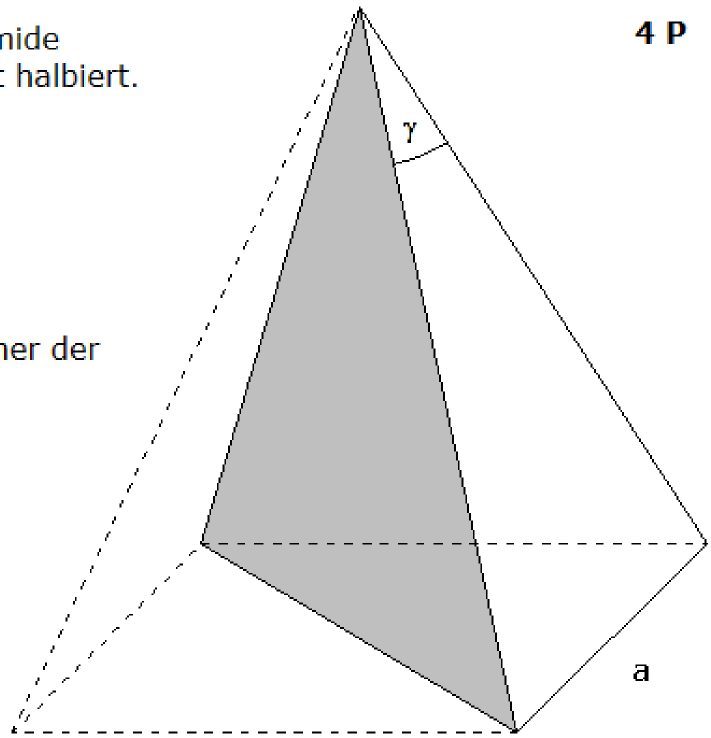
Eine massive quadratische Pyramide
wird durch einen Diagonalschnitt halbiert.

Es gilt:

$a = 8,6\,\text{cm}$

$\gamma = 40,8°$

Berechnen Sie die Oberfläche einer der beiden Pyramidenhälften.



Strategie 2012 P2:

Gegeben:

Diagonalschnitt durch massive quadratische Pyramide

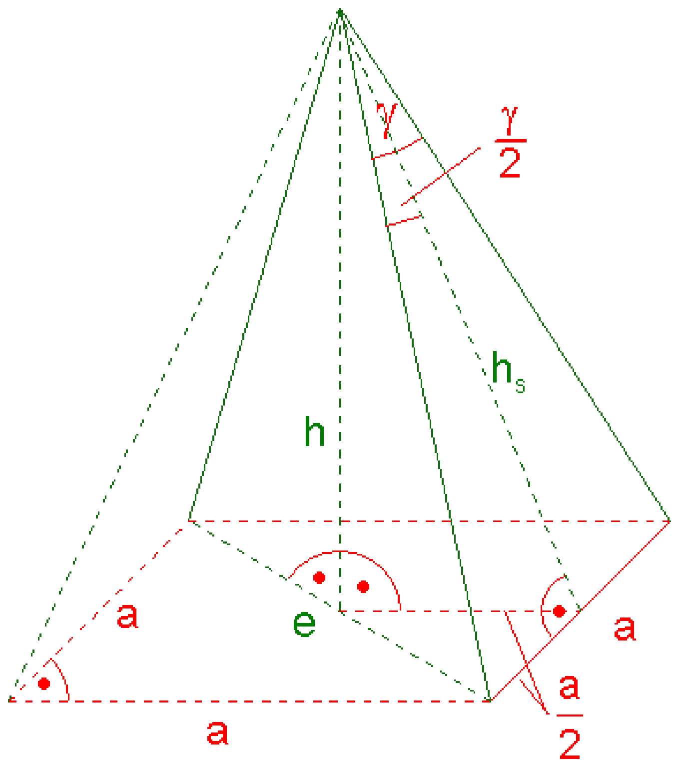
$a = 8,6\,\text{cm}$

$\gamma = 40,8°$

Gesucht:

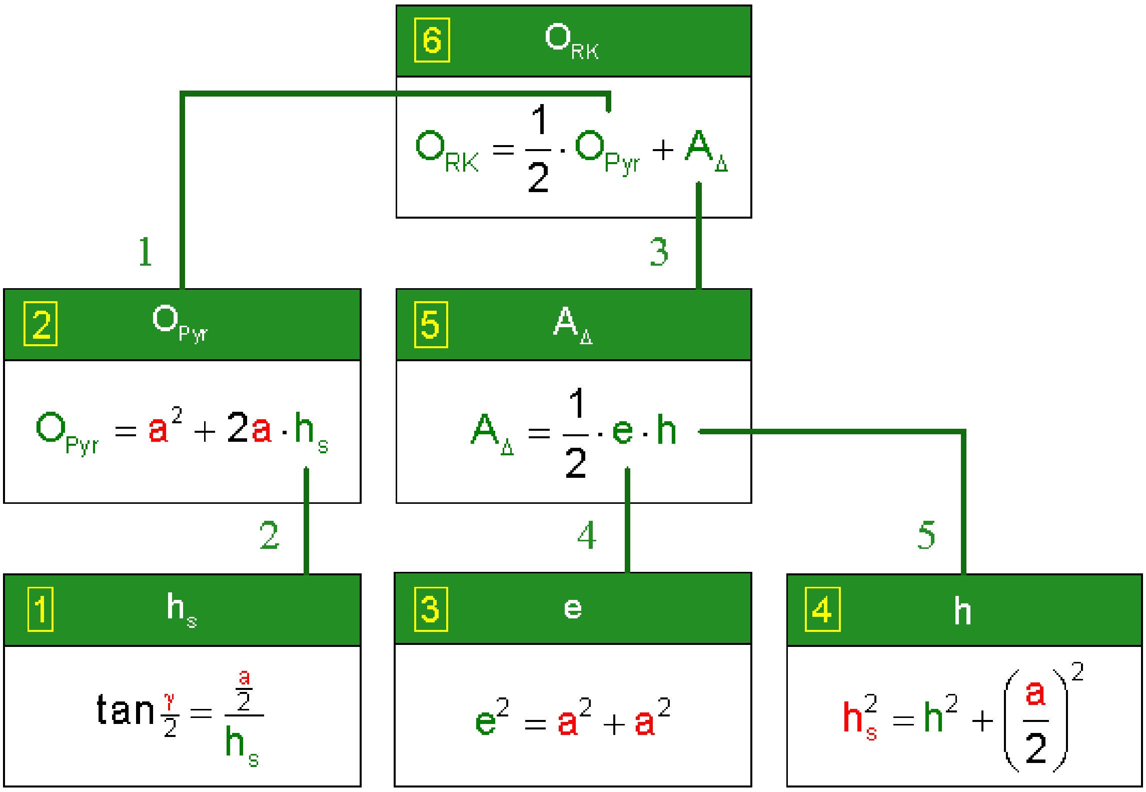
O_{RK}

Skizze:



Strategie 2012 P2:

Struktogramm:



Lösung 2012 P2:

1. Berechnung der Höhe der Pyramidenseitenfläche h_s:

$$\tan\frac{\gamma}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\frac{a}{2}}{h_s}$$ Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

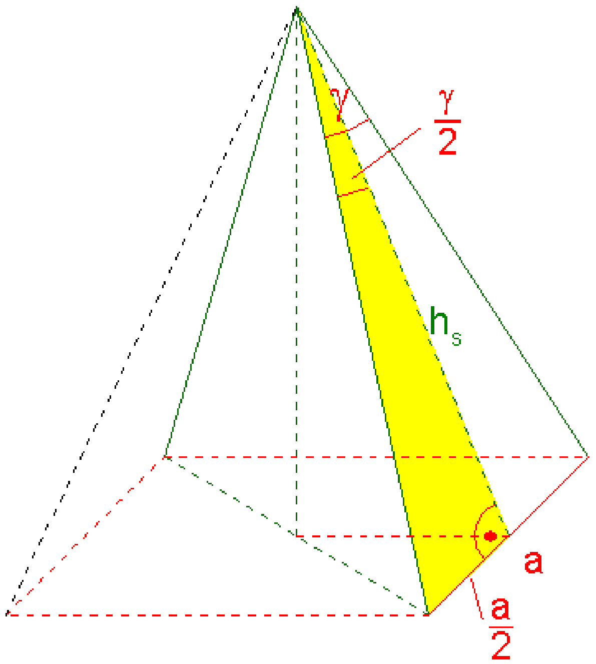
$$\tan\frac{40,8^\circ}{2} = \frac{\frac{8,6}{2}}{h_s}$$

$$\tan 20,4^\circ = \frac{4,3}{h_s}$$

$$0,3719 = \frac{4,3}{h_s} \qquad | \cdot h_s$$

$$0,3719 \cdot h_s = 4,3 \qquad | : 0,3719$$

$$\underline{h_s = 11,56\,\text{cm}}$$



Lösung 2012 P2:

2. Berechnung der Pyramidenoberfläche O_{Pyr}:

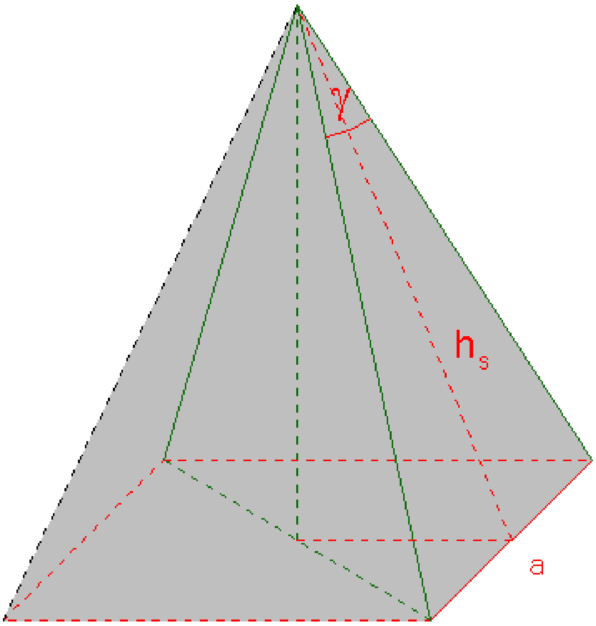
Oberflächenformel quadratische Pyramide

$$O_{Pyr} = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$$

$$O_{Pyr} = 8,6^2 + 2 \cdot 8,6 \cdot 11,56$$

$$O_{Pyr} = 73,96 + 198,832$$

$$\underline{O_{Pyr} = 272,79\,cm^2}$$



3. Berechnung der Grundflächendiagonalen e:

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck in der Grundfläche

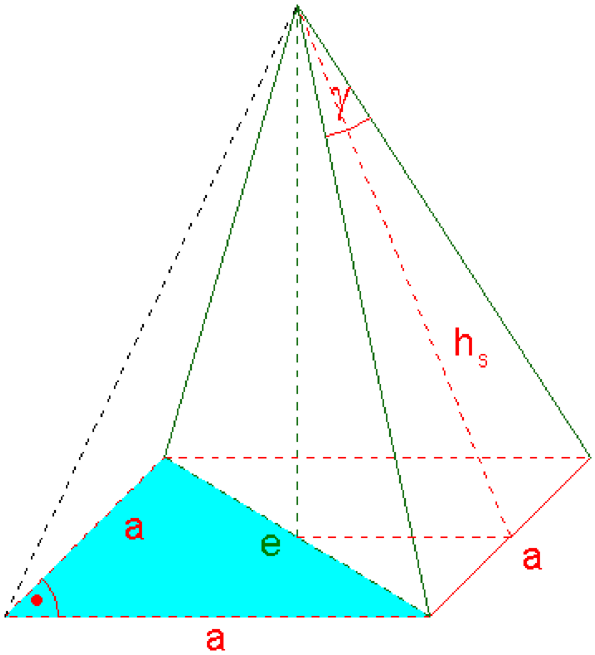
$$e^2 = a^2 + a^2$$

$$e^2 = 8,6^2 + 8,6^2$$

$$e^2 = 73,96 + 73,96$$

$$e^2 = 147,92 \qquad \left|\sqrt{}\right.$$

$$\underline{e = 12,16\,cm}$$



4. Berechnung der Pyramidenhöhe h:

Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_s^2$$

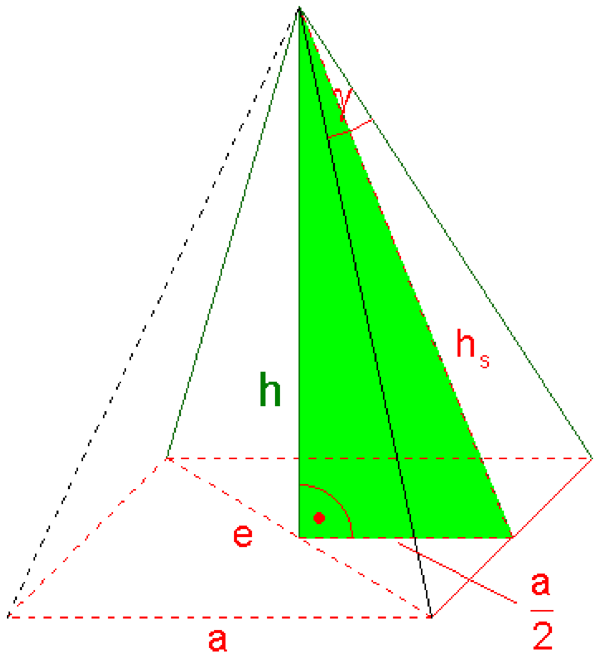
$$h^2 + \left(\frac{8,6}{2}\right)^2 = 11,56^2$$

$$h^2 + 4,3^2 = 11,56^2$$

$$h^2 + 18,49 = 133,63 \qquad |-18,49$$

$$h^2 = 115,14 \qquad \left|\sqrt{}\right.$$

$$\underline{h = 10,73\,cm}$$



Lösung 2012 P2:

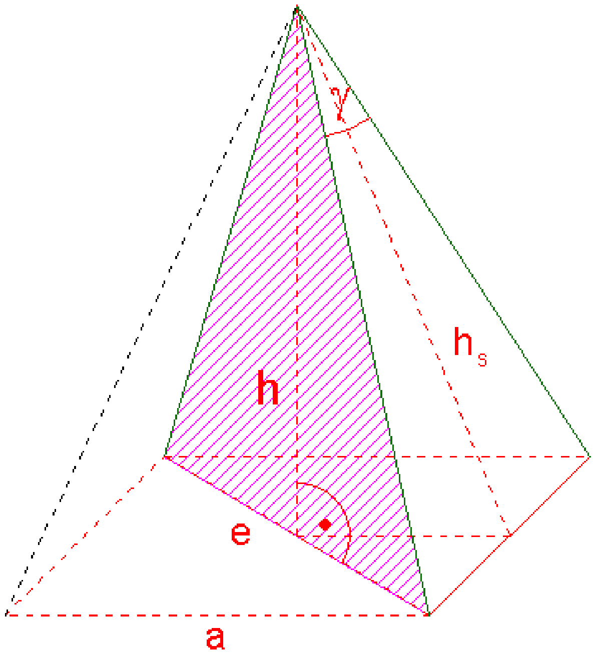
5. Berechnung der Schnittfläche A_Δ:

$$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot h$$

Flächenformel für das magentafarbene Dreieck

$$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 12{,}16 \cdot 10{,}73$$

$$\underline{A_\Delta = 65{,}24\,cm^2}$$



6. Berechnung der Restkörper-Oberfläche O_{RK}:

$$O_{RK} = \frac{1}{2} \cdot O_{Pyr} + A_\Delta$$

$$O_{RK} = \frac{1}{2} \cdot 272{,}79 + 65{,}24$$

$$O_{RK} = 136{,}40 + 65{,}24$$

$$\underline{\underline{O_{RK} = 201{,}64\,cm^2}}$$